

ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIERÍA DE TELECOMUNICACIÓN  
UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE CARTAGENA



**Proyecto Fin de Carrera**

**Antenas planas de alta ganancia usando arrays  
periódicos pasivos de doble capa**



AUTOR: Carlos F. Jumilla Pedreño  
DIRECTOR: José Luis Gómez Tórero  
Cartagena, Julio 2008





<b>Autor</b>	Carlos Fulgencio Jumilla Pedreño
<b>E-mail del Autor</b>	carlos.jumilla@gmail.com
<b>Director(es)</b>	José Luis Gómez Tórnero
<b>E-mail del Director</b>	josel.gomez@upct.es
<b>Codirector(es)</b>	Alexandros Feresidis
<b>Título del PFC</b>	<b>Antenas planas de alta ganancia usando arrays periódicos pasivos de doble capa</b>
<b>Descriptores</b>	Antenas Leaky Wave
<p><b>Resumen</b></p> <p>En este proyecto se pretende estudiar un método de análisis de Leaky-Wave antenas que permita obtener información útil de ellas como la frecuencia de corte y el diagrama de radiación a cada frecuencia de forma más rápida que un análisis de onda completa. El método implementado es la Técnica de Resonancia Transversa, basado en el estudio del circuito equivalente de la antena a analizar.</p> <p>La estructura básica de la Leaky-Wave antena que se analiza, está formada por un plano de tierra cuadrado, una cavidad rellena de dieléctrico o simplemente aire y, encima de la cavidad, una superficie parcialmente reflectante (PRS) que permite la radiación de cierta porción de energía, lo que proporciona el escape de energía propio de las Leaky-Wave antenas. Sin embargo, esta estructura se irá modificando a lo largo del proyecto para analizar diferentes antenas.</p> <p>El cuerpo del proyecto consta de la implementación de la técnica de análisis en Matlab®. Este código se irá adaptando a cada caso en los que paso a paso se analizan antenas cada vez más complejas, lo que nos permitirá estudiar también las limitaciones del método propuesto. Además, se incluyen comparaciones de los resultados obtenidos con el código con simulaciones full-wave y medidas reales.</p>	
<b>Titulación</b>	Ingeniero de Telecomunicación
<b>Intensificación</b>	Sistemas y Redes de Telecomunicación
<b>Departamento</b>	Tecnología de la Información y la Comunicación
<b>Fecha de Presentación</b>	Julio de 2008

# ÍNDICE

## PARTE I

<i>Resumen en español</i> .....	6
1. Introducción.....	6
2. Estructura de la antena y teoría .....	8
3. Paredes eléctrica y magnética .....	12
3.1 Antena con pared eléctrica .....	12
3.2 Antena con pared magnética .....	15
4. AMC y AMC disgregado .....	18
4.1 Plano de masa artificial .....	18
4.2 Dentro del AMC .....	22
4.3 Comportamiento a diferentes frecuencias .....	24
5. PRS de doble capa .....	28
6. El modo TM .....	31
7. Conclusiones .....	33

## PARTE II

<i>Informe en ingles</i> .....	35
1. Introduction .....	36
2. Antenna structure and theory .....	37
3. Electric and magnetic walls .....	40
3.1 Electric wall antenna .....	40
3.2 Magnetic wall antenna .....	41
4. AMC and split AMC walls .....	42
4.1 Artificial ground plane .....	42
4.2 Inside the AMC .....	45
4.3 Behaviour at different frequencies .....	46
5. Double Layer PRS .....	49
6. The TM mode .....	50
7. Conclusions .....	51
References .....	52
Appendix: Matlab code .....	53



## **1. Introducción**

En la actualidad, las antenas de modo de fuga (también llamadas Leaky-Wave antenas) planas se usan extensivamente para sistemas de acceso fijo inalámbrico y sistemas de comunicación con satélites, en este proyecto las antenas se han diseñado para operar con aplicaciones en la banda WiMax, en torno a los 3.7 GHz. Al mismo tiempo, las Superficies Parcialmente Reflectantes (PRS en referencia a sus siglas en inglés) están ampliamente reconocidas como excelentes filtros de microondas y por su uso en antenas Leaky-Wave [1].

Este proyecto se concentra en el estudio de ambos elementos en la forma de una antena de cavidad resonante formada por una PRS suspendida sobre un plano de masa metálico [2,3] usando un método de análisis con un coste computacional bajo llamado Técnica de Resonancia Transversa. Este método se basa en el análisis del circuito equivalente y proporciona una forma rápida de predecir el comportamiento de la constante de propagación compleja  $k$  dentro de la cavidad. La expresión de esta constante es  $k = \beta - j\alpha$  la cual está formada por una parte real llamada constante de fase  $\beta$ , la que define la velocidad de propagación de las ondas e identifica el modo de propagación, y una parte imaginaria llamada constante de atenuación  $\alpha$ , que nos da información sobre la fuga por unidad de longitud, además un alto valor de  $\alpha$  una apertura efectiva pequeña y, por tanto, un gran ancho de haz [4]. El conocimiento de estas constantes se usará como aproximación para averiguar si una superficie parcialmente reflectiva concreta puede resolver el problema de diseño, para comprobar la frecuencia de corte que puede diferir de la deseada en el diseño original y para obtener el diagrama de radiación de la antena a cualquier frecuencia, muy especialmente el diagrama de radiación en la frecuencia de corte.

La consideración de la frecuencia de corte se ha tomado como el punto en que  $\alpha$  iguala a  $\beta$  (splitting condition) donde la radiación es en dirección broadside, más allá de eso, el lóbulo principal empieza a dividirse en dos y el ángulo de radiación se desplaza hacia la dirección endfire en el plano de la antena.

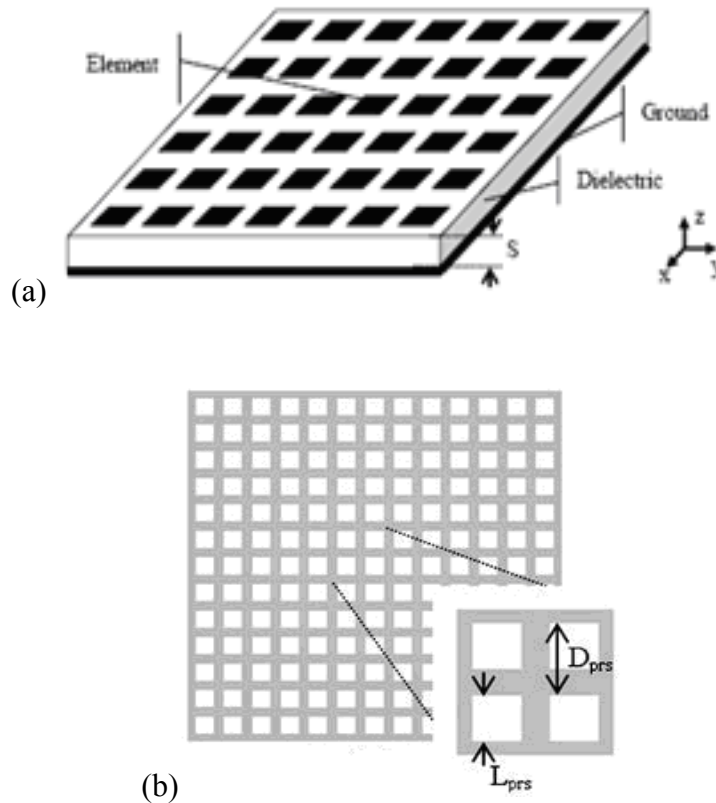
La Técnica de Resonancia Transversa es un método de análisis más rápido que los métodos empíricos y el análisis modal de Floquet que usa el Método de los Momentos para resolver las ecuaciones a un elevado coste computacional. No es tan preciso como las técnicas full-wave pero es, sin embargo, incuestionablemente más rápido. El método estudia el circuito equivalente de una cavidad como se ha mencionado anteriormente usando la teoría de líneas de transmisión y luego da una solución para los modos de propagación de tipo leaky wave por medio de un método numérico convencional.

Para explorar exactamente las posibilidades de este método en relación al tipo de antenas en estudio así como sus limitaciones, este proyecto trata de analizar diferentes antenas haciéndolas más complejas a la vez que prácticas cada vez usando para ello un código propio desarrollado en Matlab. Los resultados de las estructuras propuestas empiezan en la sección 3 con cavidades que usan una pared eléctrica como plano de

masa y luego se reemplaza por una pared magnética para reducir la altura de la cavidad. El estudio continúa analizando la antena con un Conductor Magnético Artificial (o AMC), superficie como la estudiada en [5]. En la sección 4, además del análisis básico de la antena con el AMC, el proyecto estudia en profundidad diferentes variaciones de esta estructura. El paso final en este estudio se describe en la sección 5, consistente en explorar una posible mejora de estas antenas que podría usar dos capas de PRS para aumentar el rango de frecuencia donde la estructura soporta modos leaky-wave.

## 2. Estructura de la antena y teoría

La estructura básica es una cavidad de Fabry-Perot cuadrada, con una guía de onda rectangular situada dentro del plano de masa como aparece en [2]. Durante todo el proyecto se asume una incidencia normal y una antena infinita que no tiene en cuenta la difracción causada por el efecto borde [1]. El esquema de la antena diseñada se muestra en la figura 1a. La altura de la cavidad es típicamente de media longitud de onda de la frecuencia deseada [3], por lo tanto, ya que esta frecuencia se encuentra en torno a los 3 GHz, la altura de la cavidad se define alrededor de 3.5 ó 4 cm. El PRS (superficie parcialmente reflectante) usado para la mayoría de los diseños de este proyecto está formado por un plano metálico con aperturas cuadradas como se muestra en la figura 1b:



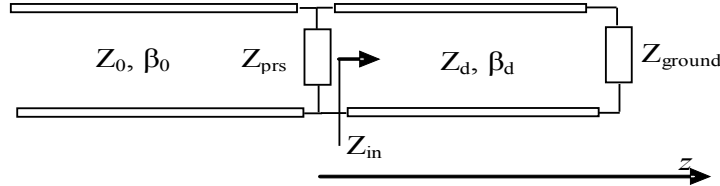
**Figura 1(a) Vista de la antena completa [5]. (b) Vista del PRS [6].**

Mientras que la altura de la cavidad se cambia a lo largo del proyecto, las demás dimensiones físicas permanecen inalteradas durante la mayor parte de él, estas dimensiones son: la longitud lateral de la antena que es 287 mm y las periodicidades del PRS tanto a lo largo del eje  $x$  como a lo largo del eje  $y$   $D_{prs} = 14.5$  mm. A lo largo del proyecto se han usado tres diferentes PRS en cada caso para estudiar el efecto de la



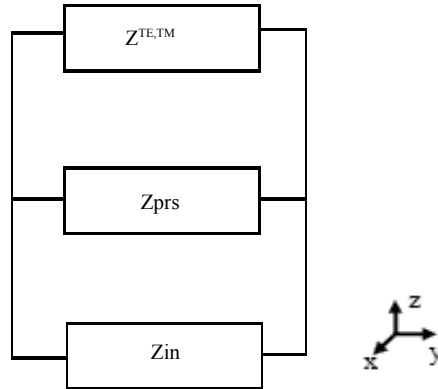
diferencia entre superficies, la única diferencia entre ellos es el tamaño de las aperturas cuadradas que los hacen altamente  $L_{prs} = 9$  mm, moderadamente  $L_{prs} = 14$  mm o menos reflectivo  $L_{prs} = 16$  m.

El circuito equivalente para la red completa expresado como líneas de transmisión es el dibujado en la figura 2:



**Figura 2. Red equivalente de la antena como líneas de transmisión.**

En la anterior figura la línea de transmisión a la izquierda corresponde al aire libre que se encuentra sobre la antena y en el que la energía se va a radiar.  $Z_{prs}$  modela la superficie PRS, la línea a la derecha representa la cavidad llena de dieléctrico y  $Z_{ground}$  es el plano de masa al final de ella. Este circuito es usado para calcular las características que buscamos usando las ecuaciones básicas de la teoría de líneas de transmisión [7] y, así se puede reducir a un circuito aún más simple. La siguiente figura muestra el circuito al que se puede reducir el de las líneas de transmisión:



**Figura 4. Circuito equivalente de la antena con tres impedancias en paralelo.**

Como se puede observar, el circuito reducido de la figura 4 consiste únicamente en tres impedancias [8]. La primera es la correspondiente a la del vacío sobre la antena, el ambiente en el que la energía radiada se espera que se propague es diferente si se trata con modos TE o TM [7,8]. La impedancia característica de un medio según la polarización usada se calcula como sigue:

$$Z^{TE} = \frac{\omega \mu}{\beta} = \frac{k \eta}{\beta} \quad (1)$$

$$Z^{TM} = \frac{\beta}{\omega \varepsilon} = \frac{\beta \eta}{k} \quad (2)$$

donde:  $\mu$  es la permeabilidad del material

$\varepsilon$  es la permitividad del material

$\eta$  es la impedancia intrínseca del material

La segunda impedancia considerada en el circuito equivalente de la figura 4 es la que corresponde a la superficie parcialmente reflectante llamada  $Z_{prs}$ . Para calcular esta impedancia se ha usado un programa escrito en código Fortran. Este código da el módulo y la fase del coeficiente de reflexión para una superficie metálica con aperturas periódicas como función de la frecuencia. A pesar de usar un método de análisis full-wave, lo que le da una gran precisión, este código ha demostrado ser muy rápido con lo que es consistente con el objetivo de este proyecto.

La impedancia representada en la parte de abajo de la figura corresponde al plano de masa. Básicamente, lo que el código implementado en Matlab recrea es la translación de la impedancia de masa a lo largo de la cavidad y hasta la parte superior de la misma para obtener la impedancia sobre la superficie de la cavidad. La ecuación básica de esta translación de impedancias para una línea de transmisión general es la siguiente:

$$Z_{in} = Z_0 \frac{Z_l + jZ_0 \tan(\beta l)}{Z_0 + jZ_l \tan(\beta l)} \quad (3)$$

Para el caso con el que este proyecto trata, se puede describir como:

$$Z_{in} = Z_0 \frac{Z_l + jZ_0 \tan(k_z S)}{Z_0 + jZ_l \tan(k_z S)} \quad (4)$$

La carga ( $Z_l$ ) es, de nuevo, la impedancia del vacío para la correspondiente polarización (TE o TM),  $k_z$  el número de onda en la dirección de propagación y  $S$  la altura de la cavidad. El número de onda dentro de la cavidad se calcula como:

$$k_z = \sqrt{\varepsilon_r k_0^2 - k_c^2} \quad (5)$$

Siendo  $k_c = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$  el número de onda en el corte. Solamente el caso de polarización TE es considerado en la mayor parte del proyecto por lo que, si no hay propagación en el eje  $x$ ,  $k_x = 0$  lo que resulta en una expresión reducida para  $k_z$ :

$$k_z = \sqrt{\epsilon_r k_0^2 - k_y^2} \quad (6)$$

Cuando la polarización TE es considerada, la ecuación para hallar la impedancia es la dada en (1). Sin embargo, este método puede ser modificado de una forma simple para analizar también los modos TM tal como se hace más adelante en este proyecto, simplemente cambiando estas ecuaciones sencillas.

Básicamente, lo que este método hace es calcular la impedancia total de la red equivalente como la suma de las componentes que la forman como se hace también en [8]. Debido a la disposición en paralelo de los elementos es más conveniente usar admitancias que impedancias, de forma que la admitancia resultante es hallada como:

$$Y = Y_0^{TE,TM} + Y_{prs} + Y_{in} = \frac{1}{Z_0^{TE,TM}} + \frac{1}{Z_{prs}} + \frac{1}{Z_{in}} \quad (7)$$

Una de las condiciones para la resonancia en una línea de transmisión es que todas las impedancias a lo largo de la línea deben estar adaptadas, esto significa que en cualquier punto  $z$  la impedancia vista a cada lado debe ser cero, y esta condición es usada para encontrar los modos de propagación como se puede ver en [8]. En este caso esa condición es equivalente a decir que la línea debe satisfacer lo siguiente:

$$Y = 0 \quad (8)$$

Cuando se analizan las propiedades de dispersión el número de onda es desconocido, pero una vez que la condición se satisface, los valores correctos de  $\alpha$  y  $\beta$  pueden ser identificados [8] y los Diagramas de Dispersión ( $\alpha$  vs. frecuencia o  $\beta$  vs. frecuencia) pueden ser representados permitiendo la identificación de los modos y de la frecuencia de corte.

### 3. Paredes eléctrica y magnética

#### 3.1 Antena con pared eléctrica

La primera estructura a estudiar es la antena con una pared eléctrica como plano de masa y el PRS suspendido a media longitud de onda sobre él. Para situar la frecuencia de operación alrededor de los deseados 3.7 GHz se han usado las dimensiones que se muestran en la tabla 1:

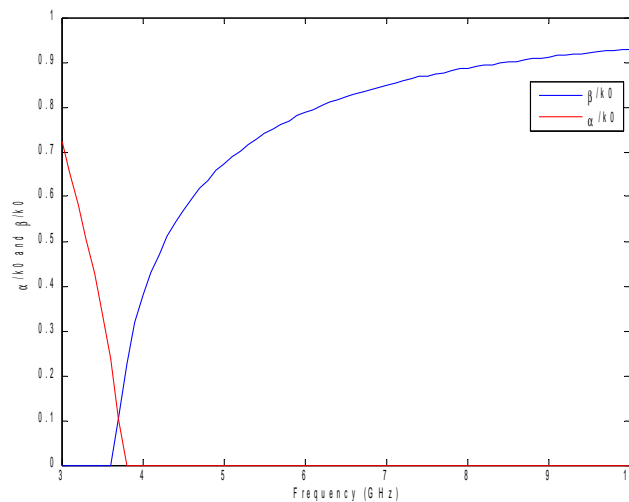
Estructura	Altura de la cavidad (mm)
9 mm PRS	40.128
14 mm PRS	38.99
16 mm PRS	37.898

**Tabla 1. Altura de la cavidad para las diferentes antenas**

Para el caso de la pared eléctrica (que es básicamente una superficie metálica) la línea de transmisión equivalente es un cortocircuito al final de ella ( $Z_{ground} = 0$ ) de manera que para trasladar la impedancia a la superficie la ecuación (4) se puede simplificar como se muestra a continuación tomando  $Z_l = 0$ .

$$Z_{ew} = jZ^{TE} \tan(k_z S) \quad (9)$$

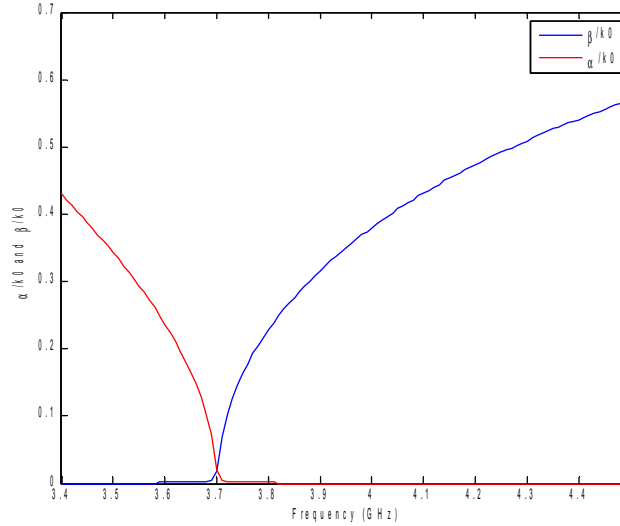
La tendencia general de cómo los valores de  $\alpha$  y  $\beta$  normalizados por  $k_0$  (número de onda del vacío) encontrados con esta técnica se comportan con la frecuencia se pueden ver en la figuras 5 y 6.



**Figura 5. Alpha y beta normalizadas para la antena de PRS con aperturas de 9mm, siendo alpha la línea roja y beta la línea azul.**

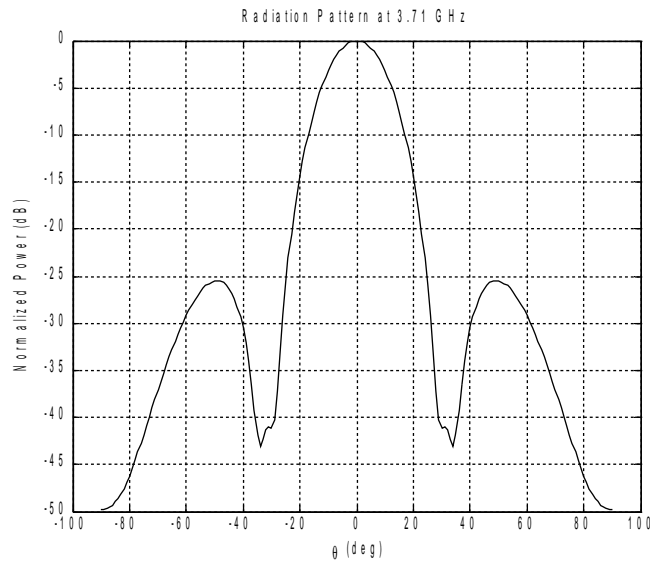
Como se puede observar en la figura 5, el comportamiento de los parámetros  $\alpha$  y  $\beta$  responde al esperado para leaky-wave antenas, mostrando las diferentes zonas de interés, esto es, una zona por debajo del corte, la zona leaky o de onda rápida y la zona de onda lenta o de superficie cuando  $\beta$  se acerca a 1 y la constante de atenuación  $\alpha$  a cero [4,8].

Más cerca de la zona del corte:



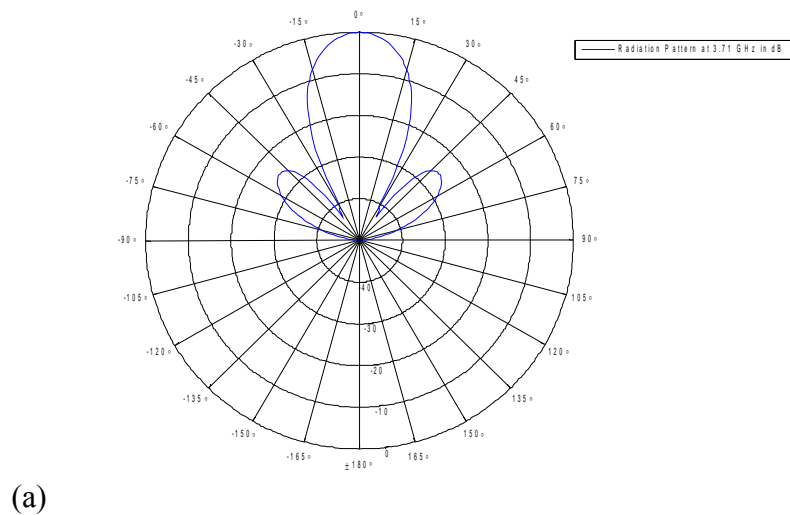
**Figura 6. Alpha y beta normalizadas para la antena de PRS con aperturas de 9mm, siendo alpha la línea roja y beta la línea azul.**

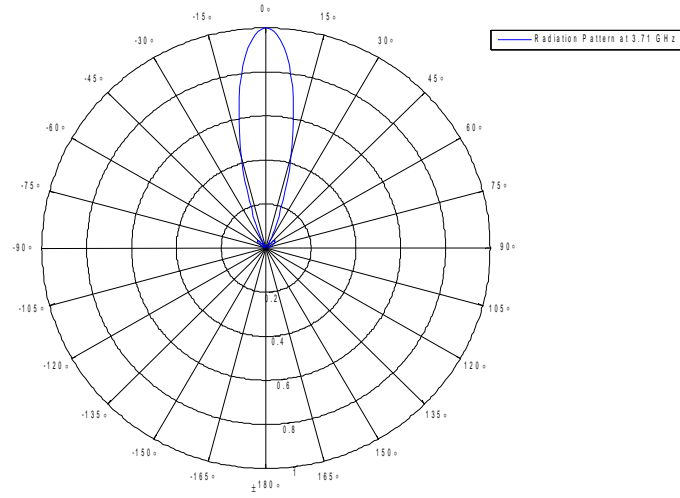
Según se ve en la figura 6 la frecuencia donde se produce el cruce es a 3.705 GHz y la muestra más cercana a ese punto está a 3.71 GHz en el que el diagrama de radiación se obtiene usando el método descrito en [9] el cual considera la antena leaky-wave como un array de antenas en fase y encuentra el factor de array como suma de las diferentes contribuciones de los elementos que lo forman.



**Figura 7. Diagrama de radiación normalizado para la antena con el PRS de 9 mm y la pared eléctrica.**

Es destacable la buena directividad de este tipo de antenas donde los lóbulos secundarios están a menos de -25 dB comparándolos con el haz principal. Resultados muy similares se han obtenido para las otras dos estructuras a estudio. En la figura 8 se muestra el diagrama de la figura 7 en coordenadas polares el cual puede no parecer muy bueno en dBs (figura 8a) pero en unidades lineales (figura 8b) está muy claro la gran directividad que representa:





(b)

**Figura 8. Diagrama de radiación en coordenadas polares (a) magnitud en dBs, (b) unidades lineales.**

### 3.2 Antena con pared magnética

Para reproducir los resultados obtenidos para la antena con pared eléctrica y a la vez, reducir el tamaño de la cavidad, mejorando la integración de la estructura, una pared magnética, ideal y no realizable, se va a usar como plano de masa en lugar de la pared eléctrica usada antes. Este cambio permite la reducción de la altura de la cavidad a la mitad de lo que era antes, desde media longitud de onda a prácticamente un cuarto de la longitud de onda. La altura concreta usada en este caso es  $S = 20.9$  mm para las tres estructuras.

En el caso de una pared magnética la línea de transmisión equivalente es un circuito abierto al final de la línea, esto es  $Z_{ground} = \infty$ . En la práctica, una impedancia infinita no se puede obtener, es por esto que la pared magnética es un ideal y no es realizable. Para trasladar esta impedancia a la superficie, la ecuación (4) puede ser simplificada como sigue:

$$Z_{mw} = -jZ^{TE} \cot(k_z S) \quad (10)$$

Realizando un análisis análogo al hecho para la antena con pared eléctrica se obtienen los siguientes resultados para el caso con PRS de aperturas de 9 mm:

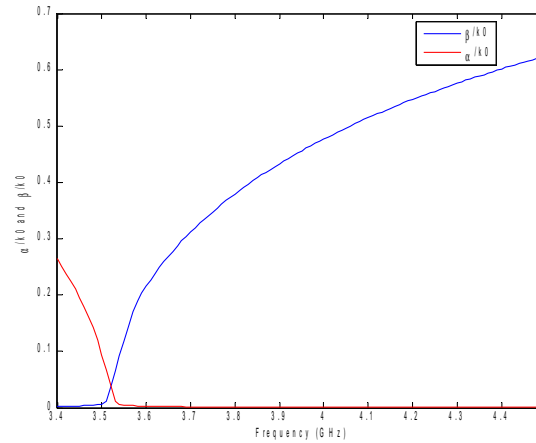


Figura 9. Alpha y beta normalizadas, alpha es la línea roja y beta la línea azul.

En la figura anterior el cruce se produce sobre 3.515 GHz y el diagrama de radiación obtenido para la muestra más próxima (3.52 GHz) se representa en la figura 10:

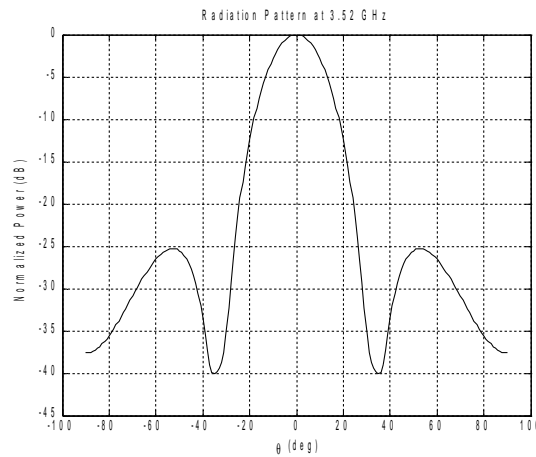


Figura 10. Diagrama de radiación a la frecuencia de corte de la antena con pared magnética.

En la figura anterior se puede ver que el diagrama de radiación permanece prácticamente igual al de la antena con pared eléctrica y la única diferencia significativa es un pequeño desplazamiento en frecuencia el cual, en un caso práctico, podría ser ajustado variando la altura de la cavidad ligeramente.

En ese mismo sentido se obtiene que las frecuencias de corte obtenidas para las antenas con pared magnética están levemente por debajo de la frecuencia de diseño que es 3.7 GHz. Sin embargo, tal como se menciona antes, el ajuste de la frecuencia se puede mejorar simplemente variando la altura de la cavidad. Para dar un ejemplo, la altura de la cavidad ha sido modificada para cada caso de la antena con pared



magnética. El efecto de esta modificación en la frecuencia de corte se puede ver en la última columna de la tabla siguiente. Las alturas usadas para la modificación han sido calculadas dividiendo por dos las correspondientes alturas de la antena con pared eléctrica, esto es:  $S_9 = 20.064$  mm,  $S_{14} = 19.495$  mm y  $S_{16} = 18.949$  mm.

Antena	Pared eléctrica	Pared magnética	Pared magnética (modificada)
9 mm	3.705	3.525	3.665
14 mm	3.695	3.275	3.515
16 mm	3.6789	3.08	3.395

**Tabla 2. Resumen de las frecuencias de corte en GHz para las antenas con paredes eléctricas y magnéticas.**

## 4. AMC y AMC disgregado

### 4.1 Plano de masa artificial

Avanzando en nuestro estudio, el próximo paso seguido en el análisis de una antena práctica es usar una superficie artificial (AMC) para obtener una superficie práctica que exhiba el mismo comportamiento que una pared magnética ideal para cierta frecuencia. La actuación de esta superficie artificial es tal que cambia su coeficiente de reflexión con la frecuencia mucho más rápido que otras superficies como el PRS el cual muestra tal variación mucho más lenta con la frecuencia [2] que su coeficiente se asume constante en el rango de frecuencias en las que trabaja este proyecto.

Para obtener el coeficiente de reflexión del AMC, se usa un programa en código Fortran similar al utilizado para hallar el coeficiente de reflexión del PRS. La diferencia entre estas dos superficies es que, mientras que el PRS está hecho de aperturas en una superficie metálica, el AMC está compuesto por parches metálicos que hacen el código de los programas necesariamente diferentes entre ellos. Sin embargo, los datos obtenidos de los códigos son los mismos, es decir, el módulo y la fase del coeficiente de reflexión como función de la frecuencia.

La estructura del AMC consiste en un plano metálico sobre el que hay un material dieléctrico muy fino y sobre él la superficie formada por parches metálicos cuadrados. Las dimensiones exactas de estos elementos pueden variar de un diseño a otro, sin embargo, el esquema general se puede ver en la figura 11.

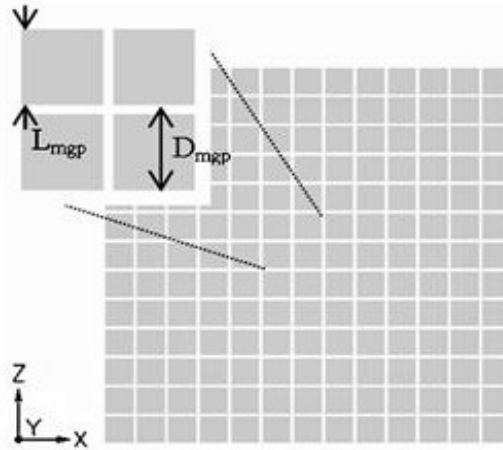
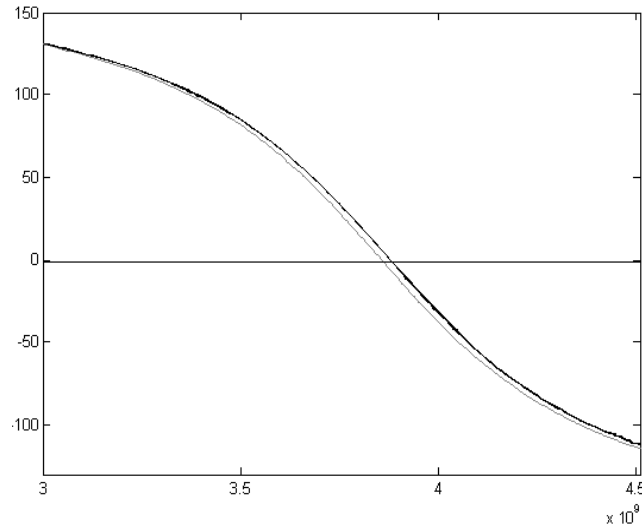


Figura 11. Vista aérea del AMC [6].

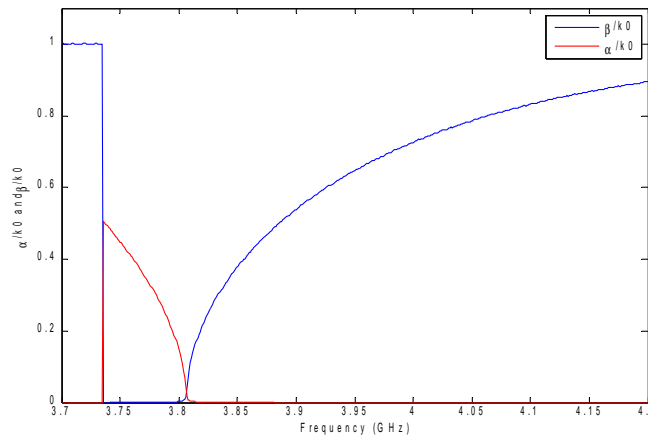
En este proyecto se han usado dos AMC diferentes, uno de ellos para las antenas con PRS de aperturas de 9 y 16 mm con  $L_{mgp} = 19.1$  mm y otro AMC para la antena de PRS con aperturas de 14 mm que tiene  $L_{mgp} = 19.1$  mm. Ambos AMC tienen periodicidades  $D_x = D_y = 22$  mm.

El AMC tiene una frecuencia de resonancia propia que es a la que se comporta como una pared magnética ideal. Esta frecuencia de resonancia asociada al AMC puede ser predicha observando la fase del coeficiente de reflexión obtenido para ambo AMC usados aquí. En el punto en que la fase mencionada antes es cero, el AMC se comporta como una pared magnética y es alrededor de esta frecuencia donde el corte de la antena va a estar. En la figura 12 se muestra la fase del coeficiente de reflexión dada por los dos modelos usados de AMC. La línea negra corresponde al AMC de parches cuadrados de 19.03 mm de lado y la línea gris al AMC de aperturas de 19.1 mm de lado.



**Figura 12. Fase en grados vs. frecuencia del coeficiente de reflexión de los AMC.**

Una vez que el valor del coeficiente de reflexión ha sido obtenido para cada frecuencia con el código Fortran, los datos se incluyen en el proceso con Matlab para obtener la respuesta de la antena con el AMC consiguiendo un resultado como se muestra en la figura 13.



**Figura 13. Alpha y beta para la antena con el AMC y el PRS de aperturas de 9 mm.**

Como se puede notar, la frecuencia de corte es aproximadamente los deseados 3.7 GHz y se nota también una zona leaky más estrecha que para la pared magnética debido a los valores mayores de  $\beta$  para frecuencias por encima del corte. En el caso de la pared magnética el valor de la constante de fase normalizada a 4.5 GHz se situaba en torno a 0.6, mientras que para la antena con AMC este valor aumenta hasta 0.9 a una frecuencia incluso menor. En la parte izquierda de la gráfica se observan valores extraños de las constantes pero estos valores corresponden únicamente a soluciones numéricas no físicas que aparecen como resultado del método de cálculo empleado y no son relevantes ya que están lejos por debajo del corte. La frecuencia de corte encontrada en este caso es 3.807 GHz produciendo un diagrama de radiación muy similar a los hallados previamente con las paredes eléctrica y magnética.

También se ha estudiado el comportamiento de la constante de atenuación  $\alpha$  y del desplazamiento de fase (phase shift) en la zona inmediatamente después del cruce. Los valores encontrados se representan en la figura 14.

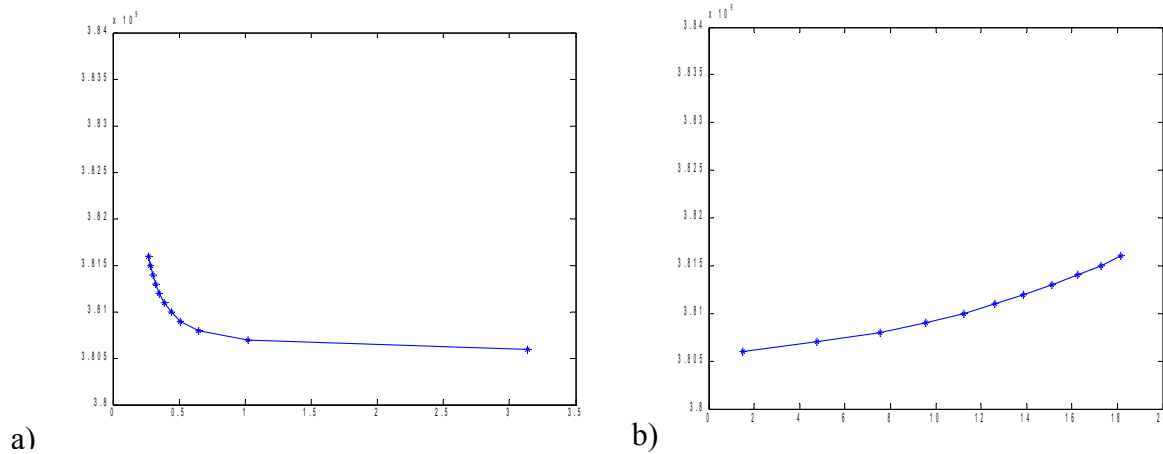


Figura 14. (a) Alpha vs. frecuencia justo tras el corte. (b) Phase shift en grados vs. frecuencia.

Los valores del desplazamiento de fase están en el mismo rango que los publicados en la referencia [6] donde se usa un método diferente para analizar este tipo de estructuras lo que verifica la utilidad de la técnica que se implementa en este proyecto. Sin embargo, los valores obtenidos para  $\alpha$  difieren de aquéllos mostrados en dicha publicación. Este hecho se debe a la consideración de los modos evanescentes en la Técnica de Resonancia Transversa los cuales no son tenidos en cuenta en el método usado en [6]. La consideración de estos modos nos lleva al resultado de un valor total para  $\alpha$  en la cavidad, mientras que, con otras técnicas, como la usada en [6], el valor de  $\alpha$  corresponde únicamente al modo específico a estudio, normalmente el modo fundamental.

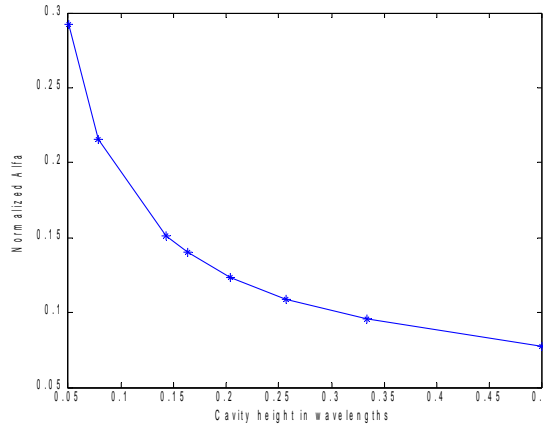
Para conseguir unos resultados mejores en las aplicaciones de cualquier tipo de antena es importante conocer cómo de fina se puede fabricar dicha antena para mejorar la integración de ésta con los elementos de su entorno. Normalmente, los diseñadores

intentan conseguir la antena tan delgada como sea posible. En esta línea de desarrollo, varias cavidades se han estudiado con el código Matlab desarrollado en el proyecto haciendo la altura cada vez más menor en cada paso para obtener la respuesta de la antena resultante. Además, cada cavidad usa un tamaño de parche para el AMC para adaptarlo a la nueva estructura. Los parámetros utilizados se pueden ver en la tabla 3. Estos datos se han tomado de la referencia [6] para que los resultados obtenidos se puedan comparar con los publicados. La antena usada en esta ocasión es la que tiene el PRS con aperturas de 14 mm ya que es la estudiada en [6].

Estructura	Altura de la cavidad (mm)	$L_{mcp}$
$\lambda/3$	26.6	18.25
$\lambda/3.9$	20.9	19.03
$\lambda/4.9$	16.5	19.5
$\lambda/6.1$	13.2	19.8
$\lambda/7$	11.6	19.95
$\lambda/12.7$	6.4	20.5
$\lambda/19.8$	4.1	20.8

**Tabla 3. Datos para las diferentes alturas de la cavidad.**

Después de procesar los datos con nuestra técnica, todas las frecuencias de corte encontradas están dentro de un pequeño rango en torno a 3.7 GHz. Pero lo que realmente nos interesan son los valores de  $\alpha$ . La gráfica siguiente resume los resultados encontrados:



**Figure 15. Altura de la cavidad (en longitudes de onda) vs.  $\alpha/k_0$ .**

De la gráfica se pueden extraer algunas conclusiones. Este método encuentra que cuanto más fina sea la cavidad mayor se hace  $\alpha$ . Esta tendencia es correcta en términos generales, sin embargo, mientras que la precisión de la Técnica de Resonancia Transversa es bastante buena para estructuras grandes, ésta empieza a empeorar conforme la estructura se hace más delgada. En este sentido, los resultados calculados y

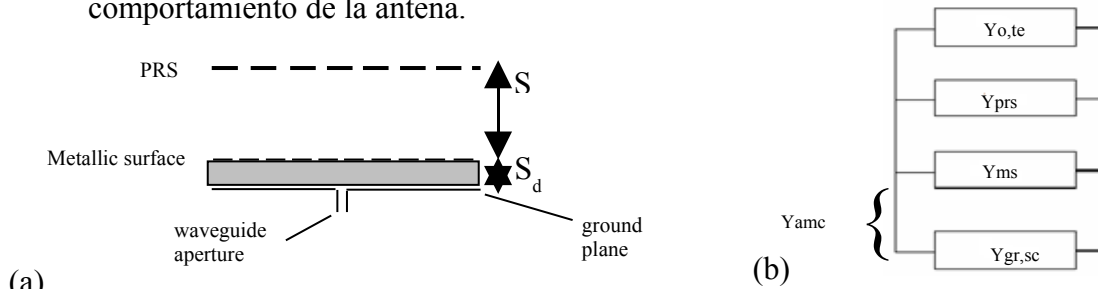
mostrados anteriormente se pueden considerar precisos cuando la altura de la cavidad varía entre 0.5 (o mayor) y 0.25, por debajo de eso el método se hace más inexacto y sólo se puede considerar como guía del comportamiento general. De hecho, usando métodos full-wave, que son más precisos pero mucho más lentos, como los usados en [6] se puede encontrar un mínimo del valor de  $\alpha$  para la cavidad de 0.2 longitudes de onda.

Esta falta de exactitud para las cavidades más pequeñas se debe al hecho de que este método asume que las superficies son homogéneas simplificándolas en una sólo impedancia cuando, en realidad, son estructuras periódicas. En toda superficie periódica aparecen armónicos de orden superior, los llamados modos evanescentes, que sólo existen muy cerca de dicha superficie. Si la cavidad es suficientemente grande estos modos no interactúan entre ellos y no tienen mayor relevancia en este análisis. Lo que ocurre cuando las cavidades son tan pequeñas es que las dos superficies están tan cerca que estos modos sí que afectan al comportamiento real pero el Método de la Resonancia Transversa no los tiene en cuenta y se producen discrepancias con los resultados reales obtenidos mediante un análisis full-wave. Debido a estas ondas, grandes corrientes son inducidas en las dos superficies de la cavidad alterando el valor de la constante de atenuación  $\alpha$ .

#### 4.2 Dentro del AMC

Para continuar explorando las posibilidades del método bajo estudio en este proyecto se ha dividido el Conductor Magnético Artificial en sus componentes básicos. Esto significa que ahora tenemos un plano de masa, que es una pared eléctrica, y un material dieléctrico que la separa de una superficie metálica encima cuyas características, específicamente su coeficiente de reflexión, cambian dramáticamente con la variación de frecuencia.

En la figura 16a se muestra la antena modificada que se usa en esta sección. La cavidad principal y el PRS usado se mantienen inalterados. Los cambios se dan en el fondo de la antena donde hay una superficie metálica cuyo coeficiente de reflexión se calcula con el código Fortran y un material dieléctrico de permitividad relativa  $\epsilon_r = 2.56$  y altura  $S_d = 3.152$  mm. Como se puede ver en la figura 16b, lo que antes se llamaba Conductor Magnético Artificial (AMC) ahora ha sido reemplazado por dos admitancias que se espera que actúen de la misma forma que antes lo hacía el AMC en el comportamiento de la antena.



**Figura 16. (a) Esquema de la estructura con el AMC disgregado. (b) Nuevo circuito equivalente con el AMC descompuesto.  $Y_{amc}$  indica lo que antes era considerado AMC con sólo una admitancia.**

El programa Matlab usado hasta ahora fue implementado para el análisis de sólo una capa por encima del plano de masa, esto es, hasta ahora había un plano de masa (diferente en cada caso) y una Superficie Parcialmente Reflectante sobre él. En contraste con este caso en el que el esquema ahora tiene un plano de masa y dos capas por encima de él, más aún, cada una de estas capas se sitúa sobre una cavidad diferente, una con dieléctrico y la otra sin él. La nueva variación es incluida en el programa y ahora tenemos un código que analiza un circuito equivalente formado por dos admitancias sobre el plano de masa que puede ser generalizado fácilmente para un número arbitrario de capas. El nuevo código se puede ver en el Apéndice. Esta simplicidad de generalización es muy útil en caso de tener antenas con varias capas.

El estudio de los modos leaky para la antena del PRS de 9 mm da un diagrama de dispersión y un diagrama de radiación como los que siguen:

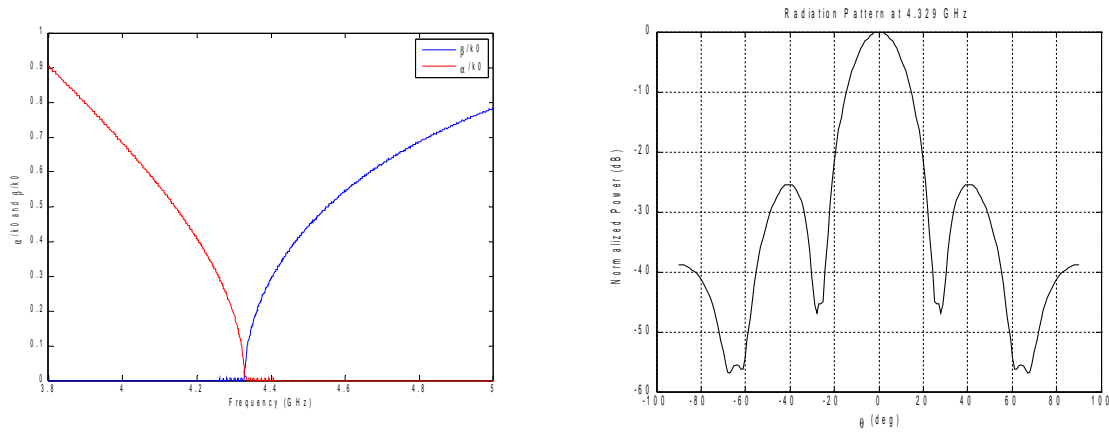


Figura 17. (a) Alpha (línea roja) y beta (línea azul) normalizadas. (b) Diagrama de radiación a la frecuencia de corte.

Después de analizar las tres antenas de todos los casos (antenas formadas por aperturas cuadradas de 9, 14 y 16 mm) para los casos de AMC completo y disgregado, las frecuencias obtenidas se muestran en la tabla 4 para su comparación.

Antena	AMC, frecuencia de corte (GHz)	Dos admitancias, frecuencia de corte (GHz)
9 mm PRS	3.807	4.3285
14 mm PRS	3.786	4.29
16 mm PRS	3.737	4.2215

Tabla 4. Resultados para AMC y dos admitancias que reemplazan el AMC.

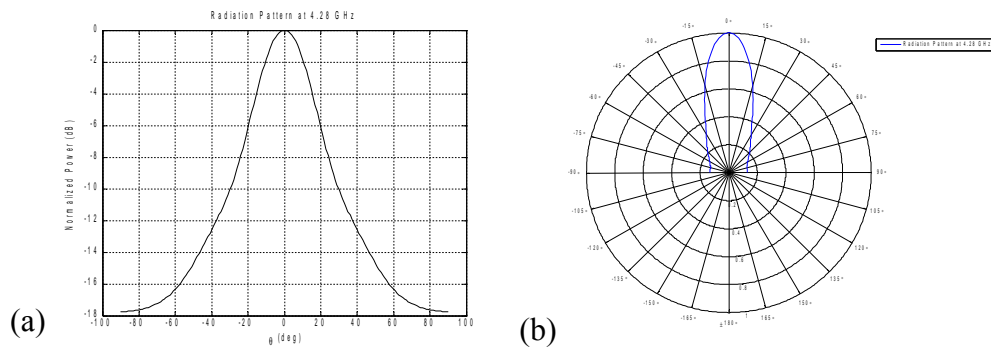
Las discrepancias se deben al hecho de que el dieléctrico situado entre las dos admitancias que reemplazan al AMC es muy delgado, esto causa la interacción de los armónicos superiores que aparecen cerca de las dos superficies metálicas usadas (modos evanescentes). Como se ha explicado antes, esto es una limitación encontrada por la

Técnica de Resonancia Transversa y, en este caso, es traducida en una pequeña diferencia entre los valores de las frecuencias de corte de las antenas con el AMC en conjunto y la del AMC dividido.

### 4.3 Comportamiento a diferentes frecuencias

En este apartado se discute una importante materia: cómo se ve afectado el haz principal es la frecuencia de radiación se sitúa por debajo o por encima de la de corte. Este asunto es tremendamente importante porque no siempre una antena práctica está perfectamente adaptada por lo que es crucial saber cómo su comportamiento se ve alterado en frecuencias diferentes de la frecuencia de corte exacta. Así, este estudio prevé la forma del haz en un rango de frecuencias alrededor de este punto.

Para el PRS de aperturas de 9 mm el diagrama de radiación básico es como se ha visto en la figura 17b, siendo la frecuencia de corte 4.3285 GHz. Para conocer el funcionamiento de la antena por debajo de esta frecuencia, el diagrama de radiación a una frecuencia por debajo del corte se dibuja en la figura 18.



**Figure 18. Diagrama de Radiación por debajo del corte para la antena con el AMC descompuesto y el PRS de aperturas de 9 mm.**

Para las antenas con los PRS de las aperturas de 14 y 16 mm los diagramas de radiación por debajo de la frecuencia de corte son muy parecidos a los anteriores. Esto significa que para frecuencias por debajo pero cerca del corte, la antena aún mantiene un haz principal sin importar que superficie PRS estemos utilizando aunque la antena resultante no es muy directiva. El principal problema si la antena radia con una frecuencia más baja es que la directividad se reduce comparada con la directividad en el corte.

Resulta obvio que es importante conocer el comportamiento de la antena no sólo por debajo sino también por encima de la frecuencia básica. A este respecto hay otro aspecto que ha sido estudiado en esta sección: la división del lóbulo principal que se produce justo después del corte. De acuerdo a la teoría, la división del haz principal en dos lóbulos secundarios se produce justo después de que  $\alpha$  y  $\beta$  alcancen el mismo valor, éste es el punto donde la dirección de radiación es broadside. De hecho, este criterio, usado en este proyecto para encontrar lo que llamamos frecuencia de corte, se llama en



términos más generales “condición de división” (splitting condition). Después de que la condición de división se alcance el lóbulo principal se divide en dos tal como se ha dicho. Uno de estos lóbulos empieza a moverse hacia delante, hacia la dirección endfire, mientras que el otro se mueve hacia detrás a la vez. Este fenómeno ocurre porque la constante de fase  $\beta$  cambia con la frecuencia por lo que también lo hace el ángulo de radiación, sin embargo, en este caso la dirección endfire nunca se alcanza ya que la cavidad principal está rellena de aire y no de dieléctrico [4].

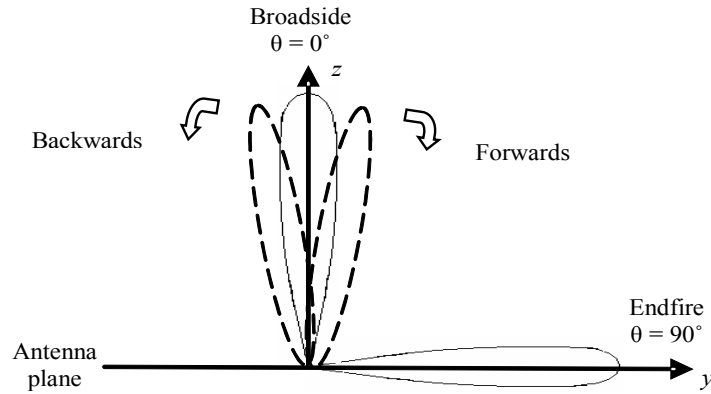


Figura 19. Esquema con el criterio de direcciones.

La condición de división se define para una antena infinita por lo que su efecto va a ser más rápido y más importante en tanto las dimensiones de la antena crezcan. En realidad, no son las dimensiones de la antena el aspecto crítico del funcionamiento de este efecto sino el número de elementos radiativos en la superficie, esto es, el número de aperturas que el PRS usado tenga. La configuración usada para comprobar este fenómeno es la antena con el AMC descompuesto y ha sido estudiado por los tres diferentes PRS (9, 14 y 16 mm).

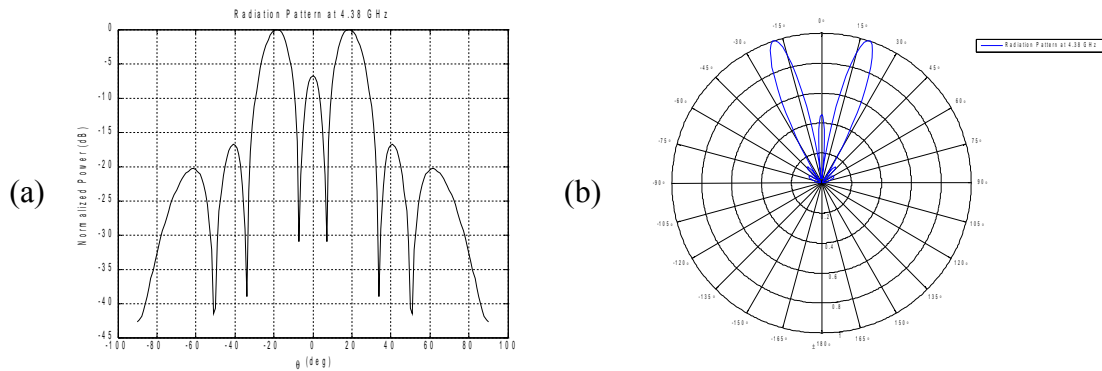
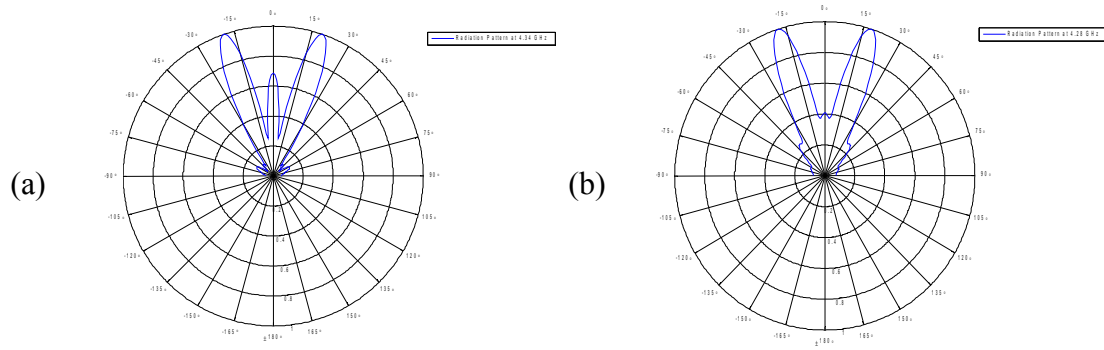


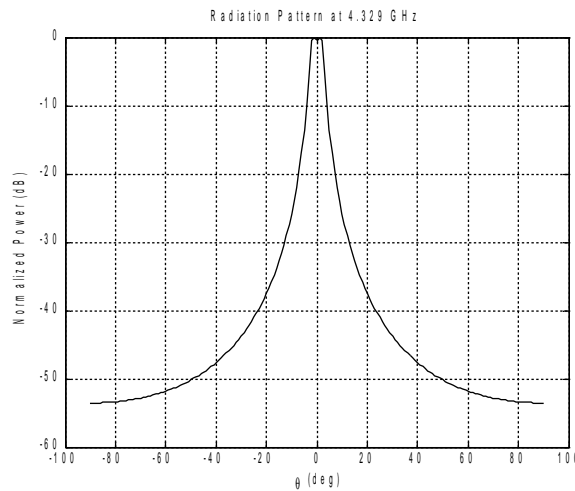
Figura 20 Diagrama de radiación por encima del corte para la antena del AMC descompuesto con el PRS de aperturas de 9mm.



**Figura 21. Diagrama de radiación por encima del corte para la antena del AMC descompuesto con el PRS de aperturas cuadradas de a) 14 mm, b) 16 mm.**

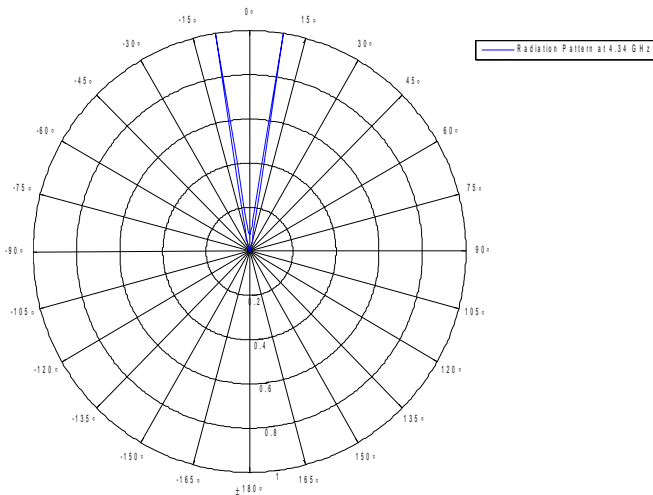
Dos lóbulos secundarios cuya intensidad es casi tan grande como la del lóbulo principal se pueden distinguir en la figura 20. La frecuencia en la que se puede considerar como en la que hay principalmente dos haces en direcciones diferentes de la dirección broadside es aproximadamente 4.365 GHz. Para las antenas de aperturas de 14 y 16 mm se pueden ver los resultados en la figura 21 observando que son muy similares a los obtenidos para la primera estructura.

Para comprobar si el método usado para calcular los diagramas de radiación puede predecir la dependencia de la división del haz principal con el número de elementos radiativos en la superficie, esta variable se ha incrementado drásticamente para simular una antena infinita. El número de elementos de la antena estudiada hasta ahora está alrededor de los 15, ahora 10000 elementos se han usado para simular la estructura infinita. Para la antena de aperturas de 9 mm, el diagrama de radiación se obtiene como el representado en la figura 22.



**Figure 22. Diagrama de radiación para la antena de 10000 elementos radiativos.**

En el caso de la antena infinita la división del haz principal se puede ver desde el mismo momento en el que se alcanza el corte. En este ejemplo con 10000 elementos, la división del haz se puede notar prácticamente desde ese punto. Como se puede ver en la siguiente figura, la división del haz principal se produce desde el corte como ya se ha dicho y se esperaba, mientras que para la misma estructura con menor número de elementos radiativos la división se puede considerar que ocurre a 4.365 GHz como se ha explicado en relación a la figura 20.



**Figura 23. Diagrama de radiación para una antena infinita a 4.34 GHz.**

Por supuesto, resultados similares se han obtenido para las antenas de aperturas de 14 y 16 mm pero se ha observado una tendencia consistente en que cuanto menos reflectiva es la superficie, es decir, mayores son las aperturas, más lenta se hace la separación de los lóbulos.

## 5. PRS de doble capa

En esta sección se da un nuevo paso en el análisis del tipo de antenas leaky-wave que ocupan a este proyecto. Típicamente, estas antenas tienen una banda muy estrecha en la zona leaky, donde radian. Para agrandar la banda de frecuencias en la que la estructura se comporta como antena leaky-wave se han usado dos superficies parcialmente reflectantes en esta última antena. Analizar estas estructuras con varias capas normalmente implica un gran coste computacional y mucho tiempo así que este tipo de antenas se han tratado de estudiar usando la Técnica de Resonancia Transversa para conseguir reducir el tiempo de procesamiento requerido antes de obtener una aproximación al verdadero comportamiento de la antena real.

La nueva estructura a estudio está formada básicamente por dos cavidades rellenas de aire. La primera cavidad está delimitada por un plano de masa metálico y el primero de los PRS mientras que la segunda de las cavidades se encuentra entre las dos superficies parcialmente reflectantes usadas. Ambas cavidades tienen aproximadamente media longitud de onda, aunque en este caso se diseña la antena para que funcione alrededor de 14 GHz. Sin embargo, estos PRS son diferentes de los usados hasta ahora. Las superficies selectivas aquí están formadas por parches rectangulares en lugar de aperturas cuadradas, además estos parches son muy estrechos con lo que su comportamiento particular puede ser asociado a un dipolo. La nueva estructura se muestra abajo:

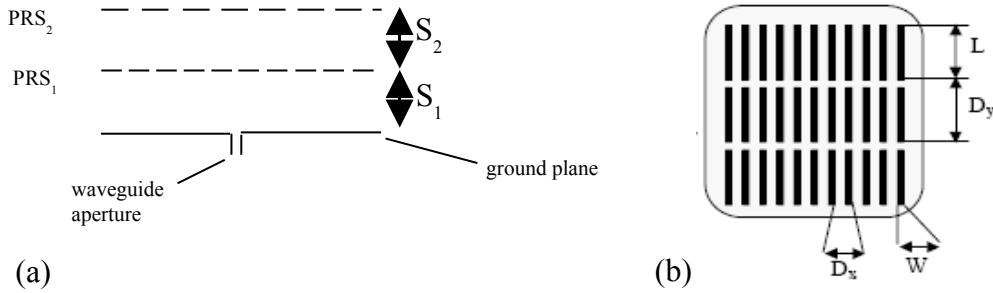


Figura 24 (a) Esquema de la nueva antena con dos PRS. (b) Vista del nuevo PRS usado en esta estructura [10].

Las nuevas dimensiones de esta antena expresadas en mm son las siguientes:

$$S_1 = 11, L_1 = 14, W_1 = 0.5, D_{x1} = 1, D_{y2} = 14.5$$

$$S_2 = 12.6, L_2 = 9, W_2 = 0.5, D_{x2} = 1, D_{y2} = 14.5$$

El diagrama de dispersión para  $\alpha$  y  $\beta$  obtenido para esta estructura se representa en la figura 25:

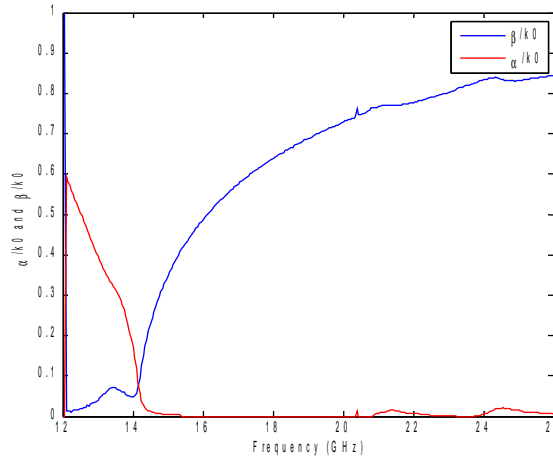


Figure 25. Diagrama de dispersión para la antena de doble PRS.

En esta última figura se observa un comportamiento un poco extraño de  $\beta$  en la zona cercana al corte el cual se produce a 14.225 GHz. Para reducir la frecuencia de corte y hacer que coincida con el pico en el valor de  $\beta$ , la altura de la primera cavidad se ha incrementado hasta  $S_1 = 11.6$  mm, lo que hará que la longitud de onda de resonancia aumente y la frecuencia disminuya.

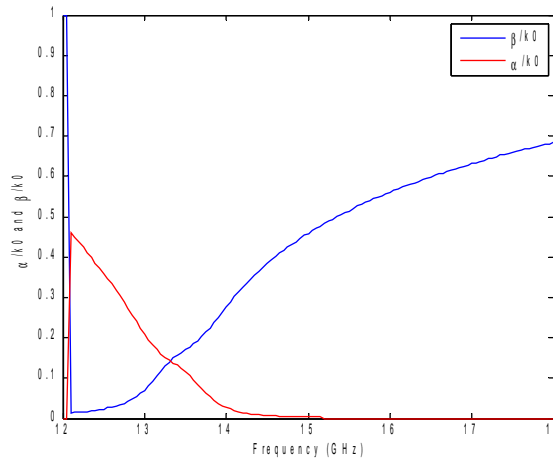
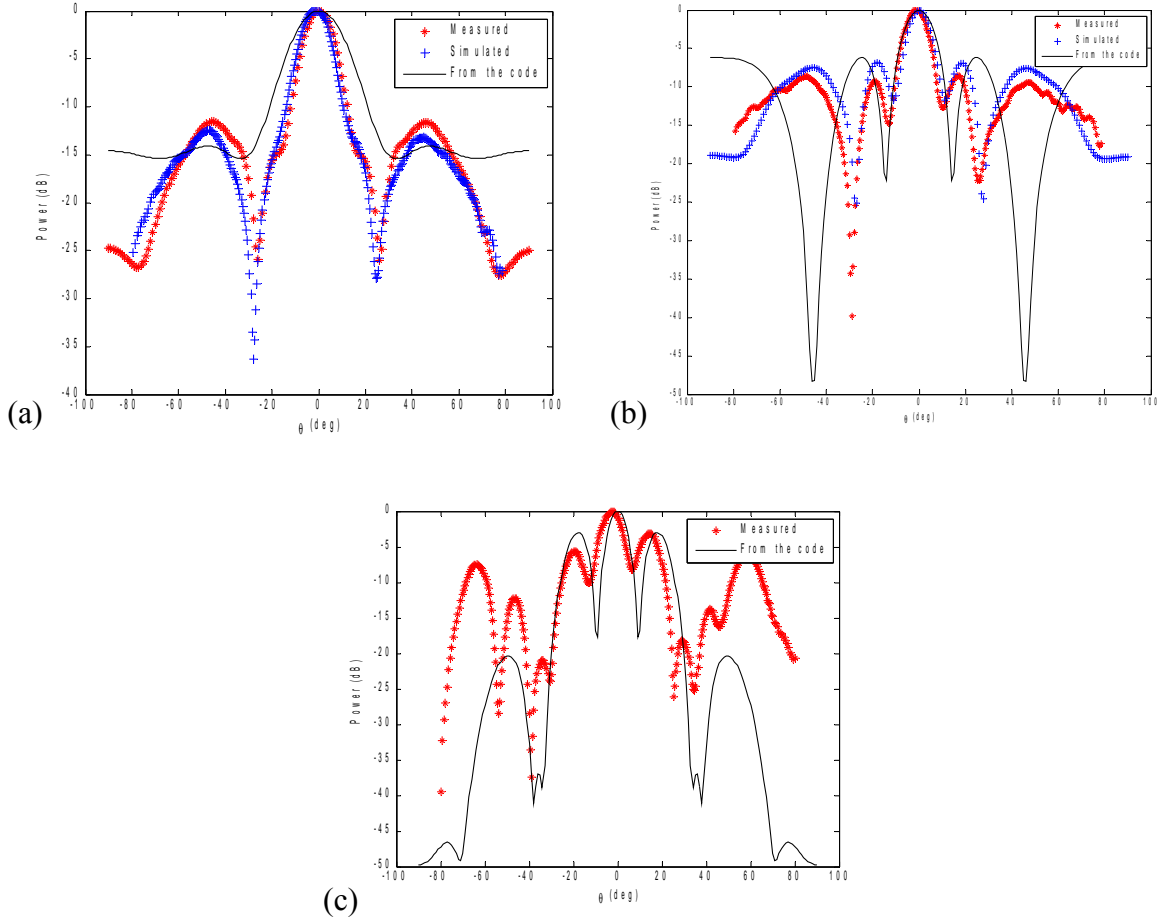


Figure 26. Diagrama de dispersión para la antena de doble PRS con  $S_1 = 11.6$  mm.

En la figura 26 la frecuencia de corte se sitúa a 13.425 GHz y de acuerdo a esta gráfica, el pico observado en  $\beta$  antes se ha reducido a una zona llana del valor de este parámetro.

En la referencia [10], esta estructura (con  $S_1 = 11$  mm) ha sido estudiada por medio de simulaciones y comparaciones con medidas reales de una antena cuadrada de 7x7 cm obteniéndose los siguientes diagramas de radiación tanto en el plano H como en el

plano E lo que sirve en este proyecto para comparar con los datos obtenidos con el código.



**Figure 27. Diagramas de radiación obtenidos con medidas ('\*' rojo), simulaciones ('+' azul) y del código (línea negra) (a) plano H a 14 GHz (b) plano H a 14.5 GHz (c) plano E a 14.5 GHz.**

De acuerdo a la figura anterior, la tendencia global de los diagramas de radiación se puede obtener del código Matlab usando la Técnica de Resonancia Transversa, sin embargo, este código no tiene en cuenta en el proceso el efecto de los bordes (edge effect). Los campos difractados afectan a la distribución de potencia potenciando los lóbulos laterales, así los lóbulos secundarios y el diagrama en general son diferentes de la forma básica para antenas infinitas [4], especialmente para antenas pequeña donde el efecto de los bordes es más acusado dentro de la cavidad y, sobre todo, en el plano H [2] lo que explica que las diferencias sean mayores en este plano que en el plano E.

## 6. El modo TM

Dentro de esta sección se ha tratado de conseguir otra generalización para comprobar si el método seguido es también válido en caso de que un modo TM sea el que se propague en la antena. Dos de las antenas tratadas anteriormente, que se han pensado que pueden ser representativas, se han probado aquí con un modo TM. Las estructuras probadas para este modo son la antena con pared magnética y la antena con el AMC, ambas con el PRS de aperturas de 9 mm. La adaptación real del código es muy sencilla y se consigue simplemente cambiando las ecuaciones apropiadas ya que el procedimiento permanece igual. Para el modo TM la propagación se produce a lo largo del eje  $x$  y se considera no propagación en el eje  $y$  y por lo que la ecuación (6) para calcular el número de onda es ahora:

$$k_z = \sqrt{\epsilon_r k_0^2 - k_x^2} \quad (11)$$

Para encontrar la impedancia del vacío se ha usado la ecuación (2), lo que implica, obviamente, el uso de esta impedancia en la expresión (10) pero el resto de programa continúa inalterado. Para comprobar la funcionalidad del código se analizan las estructuras con pared magnética y con AMC.

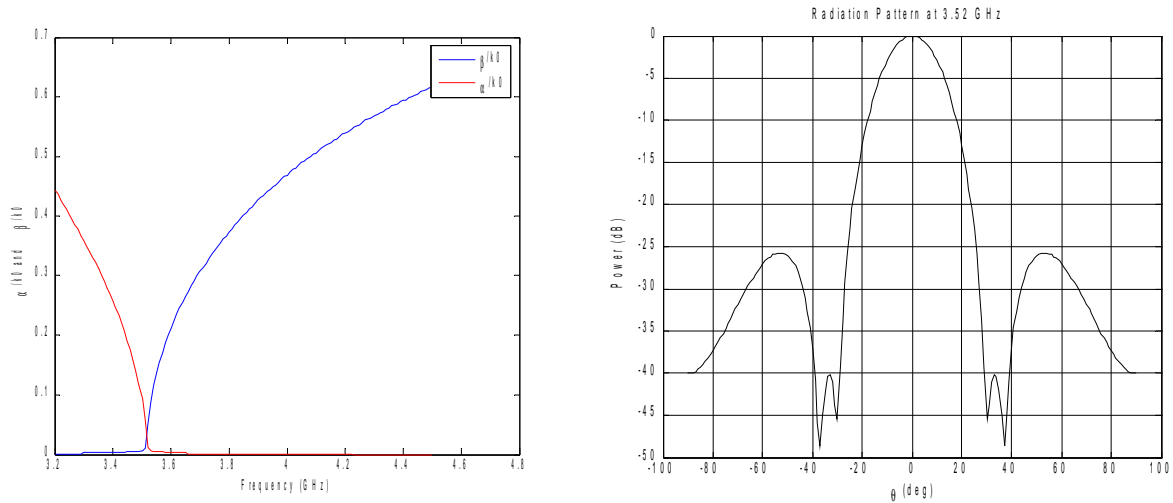
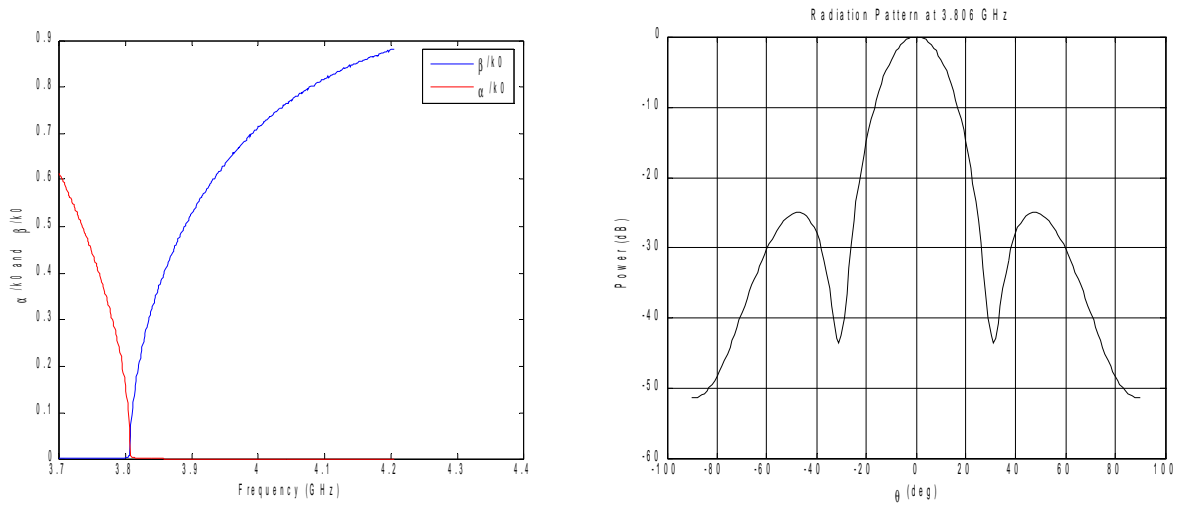


Figura 28. Diagrama de dispersión y diagrama de radiación de la antena con pared magnética para un modo TM.



**Figura 29. Diagrama de dispersión y diagrama de radiación de la antena con AMC para un modo TM.**

Dado los resultados obtenidos por esta técnica, la primera observación a tener en cuenta es que tanto el método como el código implementado en Matlab funcionan sin ningún problema para modos TM. Comparando estos resultados con los obtenidos para TE se puede ver que no hay más una diferencia sustancial entre ellos. Sólo hay una ligera diferencia en las frecuencias de corte que en este caso son 3.515 GHz en lugar de 3.525 GHz para la antena con la pared magnética y 3.8065 en vez de 3.807 GHz para la que usa el AMC, además de pequeñas diferencias en el diagrama de radiación.



## **7. Conclusiones**

A lo largo de este proyecto se han analizado antenas leaky-wave y Superficies Parcialmente Reflectantes usando un método simple implementado en Matlab. La utilidad de la Técnica de Resonancia Transversa se ha comprobado durante todo este proyecto. Este método es tan rápido como fácil de implementar lo que permite conseguir una aproximación razonablemente precisa del comportamiento de la antena bajo análisis. Se ha calculado la variación de los parámetros  $\alpha$  y  $\beta$  con la frecuencia para entender lo que ocurre dentro de la estructura y se han usado para hallar otras características de la antena tales como los diagramas de dispersión de estas constantes lo que ha mostrado el modo fundamental propagándose dentro de la cavidad, la frecuencia de corte y los diagramas de radiación.

Para conocer no sólo las posibilidades sino también las limitaciones de esta técnica de análisis varias variaciones se han ido incluyendo gradualmente. Este procedimiento también ayuda a entender el funcionamiento interno de estas antenas cuyo comportamiento es normalmente obtenido como resultado de una simulación y no de un proceso analítico.

La limitación encontrada a este método es una cierta falta de precisión cuando la estructura estudiada tiene una cavidad muy delgada, del orden de  $\lambda/5$ , ya que tales separaciones entre conductores hacen que los modos evanescentes sean significativos y este método no los tiene en cuenta. Sin embargo, esta técnica siempre puede dar una idea general del funcionamiento de la antena y predecir si un PRS en concreto es apropiado para un diseño específico.

Concluyendo, la Técnica de Resonancia Transversa se ha encontrado muy útil para el estudio de las antenas que conciernen a este proyecto. Su principal ventaja es la velocidad de análisis mientras que otros métodos como las simulaciones y los análisis full-wave son inconvenientemente lentos y requieren mucho coste computacional. Este método puede usarse como primer paso para un problema de diseño proporcionando una aproximación al comportamiento de la antena y ayudando a reducir el campo del subsiguiente análisis full-wave para conseguir hacer tal dicho procedimiento más rápido.





Electronic and Electrical Engineering Department

## **High gain planar antennas using double layer passive periodic arrays**

Wireless Communication Research Group

Carlos Fulgencio Jumilla Pedreño; A762251

Module: ELD030

Supervisor: Alexandros Feresidis

## **High gain planar antennas using double layer passive periodic arrays**

**Carlos Fulgencio Jumilla Pedreño; A762251**

**ELD030**

**Abstract:** The methods used for analysis of high planar antennas are typically very slow full-wave techniques. This project explores an alternative way to get cutoff frequencies and radiation patterns for leaky-wave planar antennas using Matlab as the basic programming tool and based on the study of the equivalent circuit. Starting from a structure consisting of a cavity between a Partially Reflecting Surface (PRS) and an electric wall the method proves to be valid to analyse other structures such as antennas with magnetic wall, Artificial Magnetic Conductor (AMC) and finally a double layer PRS antenna. In each case three different PRS are used to check their different behaviour. This method, due to its quick response, is found very useful combined with some others, nowadays in development, to the obtaining of relevant characteristics of the antennas under study.

### **1. Introduction**

High-gain planar antennas are extensively used for fixed wireless access and satellite communication systems, in this case they are designed for WiMax applications with an operating frequency around 3.7 GHz. At the same time, Partially Reflecting Surface (PRS) are widely recognised as filters for microwave systems and its use in Leaky Wave antennas [1]. This project focuses in the study of both of them in the form of a resonant cavity antenna formed by a PRS suspended above a metallic ground plane [2,3] by using a fast method and at a low computational cost, the Transverse Resonance Technique. This method is based on the analysis of the equivalent circuit and provides a quick way to predict the behaviour of the complex propagation wave number constant  $k$  within the cavity. The expression of this constant is  $k = \beta - j\alpha$  formed by a real part called phase constant  $\beta$ , which defines the propagation velocity of the waves and identifies the propagating mode, and an imaginary part called attenuation constant  $\alpha$ , which gives information about the leakage per unit length, large  $\alpha$  implies short effective aperture and large beamwidth [4]. The knowledge of these constants will be used as an approximation to know if a concrete PRS can solve the design problem, to check the cutoff frequency which may differ from the intended frequency in the initial design and to obtain the radiation pattern of the antenna at any frequency, especially the radiation pattern at the cutoff.

The consideration of the cutoff frequency is taken as the point where  $\alpha$  equals  $\beta$  (splitting condition) where the radiation is broadside, beyond that, the main beam starts splitting into two and the angle of radiation is shifting towards the endfire direction.

The Transverse Resonance Technique is a method of analysis quicker than the empirical methods and the Floquet modal analysis which uses Moment Method to solve its equations and a high computational cost. Not as accurate as the full-wave analysis techniques but unquestionably much faster, this method analyses the equivalent circuit of an electromagnetic bandgap (EBG) cavities mentioned before by using the

transmission lines theory and then gives a solution for the leaky wave modes propagating by a conventional numerical technique.

To explore exactly the possibilities of this method regarding the kind of antennas under study and also its limitations this project is about analysing different antennas making them more complex but practical every time. The results of the proposed structures start in section 3 with cavities using an electric wall and then replacing it with a magnetic wall to reduce the height of the cavity. The study continues analysing the antenna with an Artificial Magnetic Conductor (AMC), surfaces as studied in [5]. In section 4, besides the basic analysis of the antenna with the AMC, the project studies in depth different variations of the structure. The final step in this research is described in section 5, consisting in exploring a possible improvement of these antennas which could be using two layers of PRS in order to enlarge the frequency range where the structure supports Leaky Waves.

## 2. Antenna structure and theory

The basic structure under study is a square Fabry-Perot Cavity, an open-ended rectangular waveguide placed within a ground plane as studied in [2]. This project assumes normal incidence and an infinite antenna which does not take into account the diffraction caused by the edge effect [1]. The schematic diagram of this antenna is shown in Figure 1a. The height of the cavity is typically about half-a-wavelength of the operating frequency [3] therefore, since the frequency of the antennas is about 4 GHz, the cavity height is set to be about 3.5 or 4 cm. The PRS used for most of the designs in this project is formed by a metallic plane with square apertures and is shown in Figure 1b.

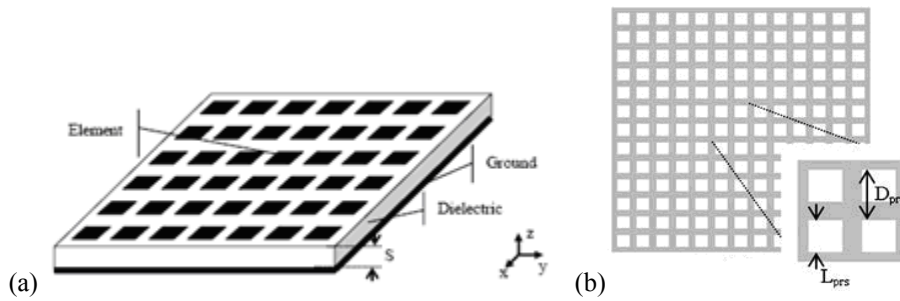


Figure 1 (a) View of the whole antenna, [5], (b) View of the PRS, [6]

While the cavity height has been changed throughout this project, the other physical dimensions of this antenna remain unaltered during the most part of it, these are: the lateral length of the antenna is 287 mm and the periodicities of the PRS along the  $x$  axis as well as the  $y$  axis  $D_{prs} = 14.5$  mm. Throughout this project three different PRS are considered in every case, the only difference among them is the size of their square apertures which make them highly reflective  $L_{prs}=9$  mm, moderately  $L_{prs}=14$  mm or less reflective  $L_{prs}=16$  mm.

The equivalent circuit for the whole network expressed with transmission lines is depicted in Figure 2a where the transmission line to the left corresponds to free space above the antenna.  $Z_{prs}$  modelates the PRS. The line on the right represents the cavity

filled with dielectric and  $Z_{\text{ground}}$  is the ground plane at the end of it. Figure 2b shows the reduced circuit of the lines.

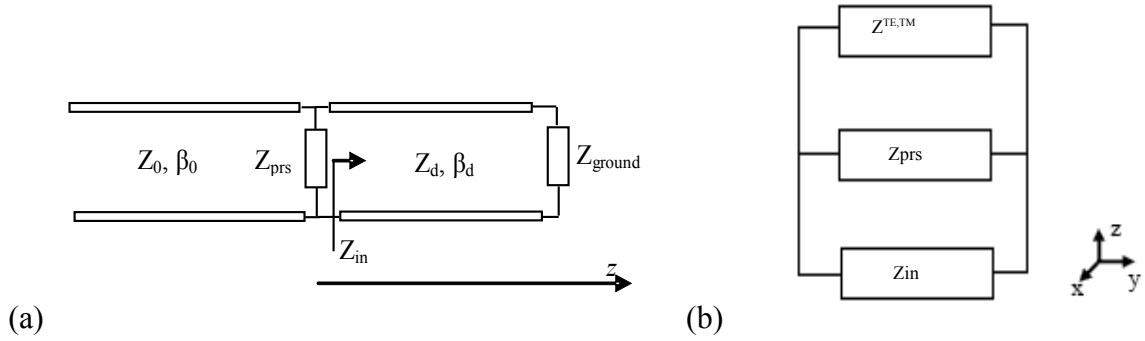


Figure 2. Equivalent circuits of the network.

The circuit in Figure 2a is used to calculate the characteristics we are aiming for by using the basic equations of the transmission line theory [7]. As can be seen, the reduced equivalent circuit in Figure 2b consists of three impedances [8]. The first one on top corresponds to the free-space above the antenna, the environment where the radiated energy is supposed to propagate and different if dealing with TE or TM modes [7,8]:

$$Z^{TE} = \frac{\omega \mu}{\beta} = \frac{k \eta}{\beta} \quad (1)$$

$$Z^{TM} = \frac{\beta}{\omega \varepsilon} = \frac{\beta \eta}{k} \quad (2)$$

where:  $\mu$  is the permeability of the material

$\varepsilon$  is the permittivity of the material

$\eta$  is the intrinsic impedance of the material

The second impedance considered in the equivalent circuit is the one corresponding to the frequency selective surface on top of the cavity named  $Z_{\text{prs}}$ . To calculate this impedance a programme written in Fortran code is used. This code gives the module and phase of the required reflection coefficient for a metallic surface with periodic apertures on it. Despite it uses a full-wave analysis method this code is proven to be very quick which is consistent with the objective of this project and also gives very accurate results.

The second impedance considered in the equivalent circuit is the one corresponding to the frequency selective surface on top of the cavity named  $Z_{\text{prs}}$ . To calculate this impedance a programme written in Fortran code is used. This code gives the module and phase of the required reflection coefficient for a metallic surface with periodic apertures on it as a function of frequency. Despite it uses a full-wave analysis

method, this code is proven to be very quick which is consistent with the objective of this project and also gives very accurate results.

The impedance represented on the bottom of the figure corresponds to the ground plane. Basically what the implemented code in Matlab recreates is a translation of the impedance of the ground along the cavity to the top of it to get the impedance on the surface. The basic equation of this translation of impedances for a general transmission line is:

$$Z_{in} = Z_0 \frac{Z_l + jZ_0 \tan(\beta l)}{Z_0 + jZ_l \tan(\beta l)} \quad (3)$$

For the problem this project deals with, it can be rewritten as:

$$Z_{in} = Z_0 \frac{Z_l + jZ_0 \tan(k_z S)}{Z_0 + jZ_l \tan(k_z S)} \quad (4)$$

The load ( $Z_l$ ) being again the impedance of the free space for the corresponding polarization (TE or TM),  $k_z$  the wave number in the direction of propagation and  $S$  the cavity height. The wave number within the cavity is calculated as:

$$k_z = \sqrt{\epsilon_r k_0^2 - k_c^2} \quad (5)$$

Being  $k_c = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$  the wave number of the cutoff. Only the case of TE polarization is considered in most part of the project so if there is no propagation along the x axis,  $k_x = 0$  which gives a reduced expression for  $k_z$ :

$$k_z = \sqrt{\epsilon_r k_0^2 - k_y^2} \quad (6)$$

When the TE polarization is considered, the equation to calculate the impedance is given in (1). However, this method can be easily modified to analyse the TM modes too as is done later on this project by simply changing these basic equations.

Basically, what this method does is calculating the total impedance of the equivalent network as the sum of the components in it as it is done in [8]. Due to the parallel placement of these elements is more convenient to use admittances instead of impedances, so that the resultant admittance is found as:

$$Y = Y_0^{TE,TM} + Y_{prs} + Y_{in} = \frac{1}{Z_0^{TE,TM}} + \frac{1}{Z_{prs}} + \frac{1}{Z_{in}} \quad (7)$$

One of the conditions for a resonance transmission line is that all the impedances along the transmission line must be matched, this means that at any point  $z$  the impedance seen at either side must be zero, and this condition is used to find the propagating modes as can be seen in [8]. Hence, the line must satisfy:

$$Y = 0 \quad (8)$$

When analysing the dispersion properties the wavenumber is unknown, once the conditions are satisfied, the right values of  $\alpha$  and  $\beta$  can be identified [8] and the

Dispersion Diagrams ( $\alpha$  vs. frequency or  $\beta$  vs. frequency) can be depicted allowing the identification of the modes and the cutoff frequency.

### 3. Electric and Magnetic walls

#### 3.1 Electric wall antenna

The first structure to study is the antenna with an electric wall as ground plane and the PRS suspend about half-a-wavelength above it. To place the operating frequency around 3.7 GHz the dimensions in Table 1 have been used.

Structure	Cavity height (mm)
9 mm PRS	40.128
14 mm PRS	38.99
16 mm PRS	37.898

Table 1. Cavity height data for the different antennas

In the case of an electric wall (which is basically a metallic surface), the equivalent transmission line should be a short-circuit at the end of the line ( $Z_{ground} = 0$ ) so to translate the impedance at the surface, the equation (4) can be simplified as shown in (9) by taking  $Z_t=0$ .

$$Z_{ew} = jZ^{TE} \tan(k_z S) \quad (9)$$

A general trend of how the values of the normalized (by  $k_0$ )  $\alpha$  and  $\beta$  found with this technique behave as a function of the frequency for the 9 mm PRS antenna can be seen in Figure 3.

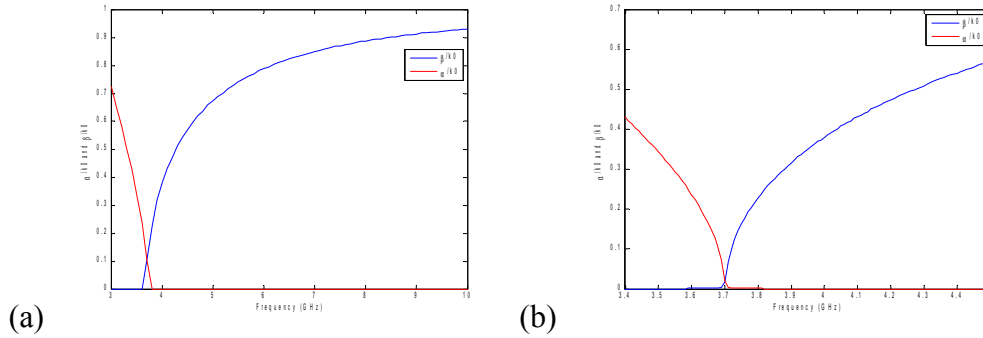


Figure 3 Normalized alpha and beta, being alpha the red line and beta the blue line.

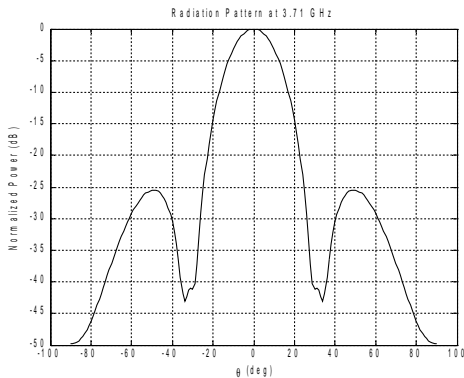


Figure 4 Radiation pattern for the 9 mm PRS antenna with electric wall.

As can be noticed in Figure 3a, the behaviour of the parameters  $\alpha$  and  $\beta$  respond to the expected general performance for the leaky-wave antennas, showing the zone under the cutoff, the leaky or fast wave zone and the surface or slow wave zone when  $\beta$  is close to 1 and the attenuation constant close to zero [4,8]. Figure 3b shows the zone of interest closer. The frequency where the cross-over happens is 3.705 GHz and the closest point to that frequency is 3.71 GHz to which the radiation pattern in Figure 4 is obtained by using the method described in [9] which considers the leaky-wave antenna as phased array antenna and finds the array factor as the sum of the different contributions.



It is remarkable the good directivity of this kind of antennas where the secondary lobes are less than -25 dB comparing to the main beam. Similar results have been obtained for the other two structures under consideration. In Figure 5 the pattern in Figure 4 can be seen in polar coordinates which may not seem to be very good in dBs (Figure 5a) but in linear units (5b) it is very clear the great directivity it represents:

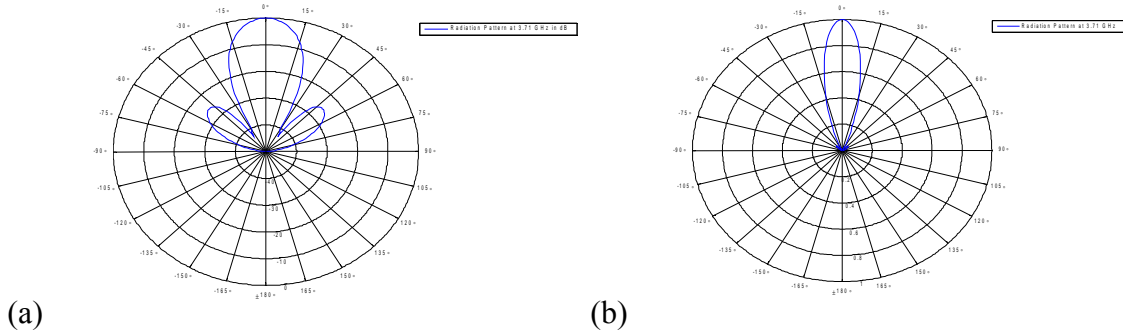


Fig. 5. Radiation pattern in polar coordinates (a) magnitude in dBs, (b) lineal units.

### 3.2 Magnetic wall antenna

In order to reproduce the results for the electric wall antenna while reducing the size of the cavity, improving the integration, an ideal, non-feasible magnetic wall is used as ground plane instead of the electric wall. This change allows the reduction of the cavity height to a half of what it was before, from half-a-wavelength to practically quarter-a-wavelength. The concrete cavity height used in this case is  $S = 20.9$  mm for the three structures. In the case of a magnetic wall the equivalent transmission line should be an open-circuit at the end of the line, this is  $Z_{ground} = \infty$  (in practice, infinite impedance cannot be obtained), then to translate the impedance to the surface, the equation (4) can be simplified as:

$$Z_{mw} = -jZ^{TE} \cot(k_z S) \quad (10)$$

The results in this case for the 9 mm PRS antenna is the following, where the cross-over in Figure 6a happens about 3.515 GHz and the radiation pattern of the closest frequency (3.52 GHz) is pictured in Figure 6b:

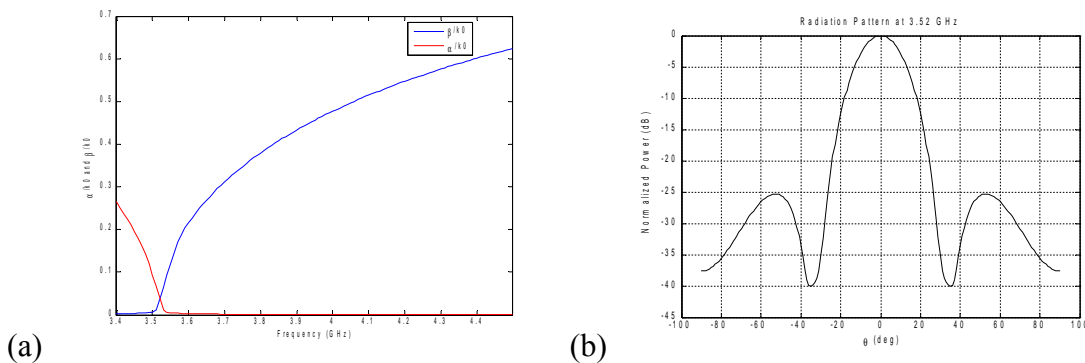


Fig. 6 (a) Normalized alpha and beta, being alpha the red line and beta the blue line.

(b) Radiation pattern

In the previous figure it can be seen that the radiation pattern stays practically the same and the only significant difference is a little shift in the frequency which, in a practical case, could be adjusted by varying the cavity height slightly.

Antenna	Electric wall	Magnetic wall	Magnetic wall (modified)
9 mm	3.705	3.525	3.665
14 mm	3.695	3.27	3.515
16 mm	3.6789	3.08	3.395

Table 2. Summary of the cut-off frequencies in GHz for antennas with electric and magnetic walls.

frequency can be seen in the last column of the previous table. The used cavity heights have been calculated by dividing by two those for the electric wall, this is  $S_9 = 20.064$  mm,  $S_{14} = 19.495$  mm and  $S_{16} = 18.949$  mm.

#### 4. AMC & split AMC walls

##### 4.1 Artificial ground plane

Progressing with our study, the next step followed to the analysis of the practical antennas is using an artificial surface (AMC) to achieve a practical surface what exhibits the same behaviour as an ideal magnetic wall for certain frequency. The performance of this artificial surface is such that it changes its reflection coefficient with the frequency much faster than other surfaces such as the PRS which exhibits a such a slow variation with frequency [2] that is assumed constant.

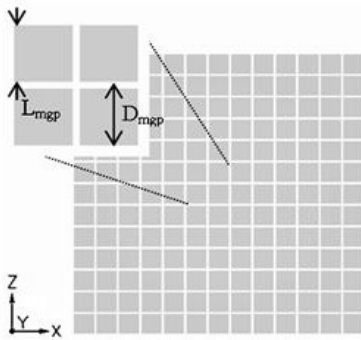


Figure 7 Aerial view of the AMC [6]

To get the reflection coefficient of the AMC, a similar programme with the Fortran code to that used to get the reflection coefficient of the PRS is used here. The difference between the two of those is that, while the PRS is made of apertures in a metallic surface, the AMC is composed by made of metallic patches what makes the codes necessarily different from each other. However the data obtained from them are the same, this is, the module and phase of the reflection coefficient as a function of the frequency.

The structure of the AMC consists of a metallic plane which there is a very thin dielectric on and over it a surface formed of square patches. The exact dimensions of these elements may vary from one design to another, however the general schematic can be seen in Figure 7.

Two different AMCs are used in the project, one of them for the 9mm and the 16mm apertures PRS has  $L_{mgp}=19.1$ mm, other for the 14mm apertures PRS with  $L_{mgp}=19.03$ mm. Both AMC have periodicities  $D_x=D_y = 22$ mm.

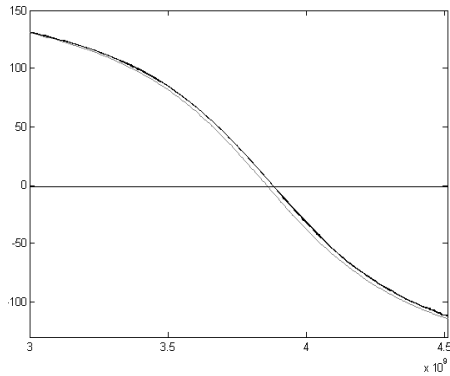


Figure 8 Dispersion Diagram (phase in degrees vs frequency)

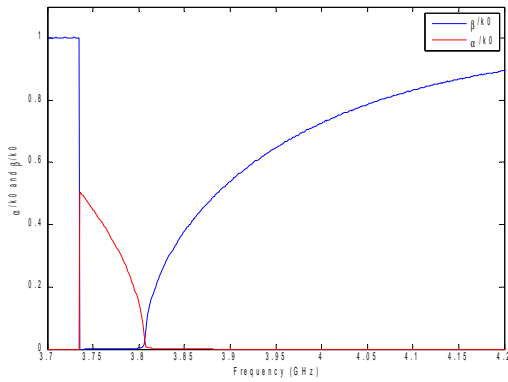


Figure 9 Normalized alpha and beta for the 9mm PRS antenna with the AMC

The resonance frequency associated to the AMC can be predicted looking at the phase of the reflection coefficient obtained in both of the two AMC used here. In the point where the above-mentioned phase is zero, the AMC behaves as a magnetic wall and is around this frequency where the cutoff frequency of the antenna is going to be. In Figure 8 is shown the phase of the reflection coefficient given by the two used models of AMC, corresponding the black line to the AMC of 19.03 mm square patches and the grey line to the AMC of 19.1 mm square patches. Once the value for each frequency of the reflection coefficient has been obtained with the Fortran code, the data are included in the processing with Matlab to get the response of the antenna with the AMC shown in Figure 9.

As the reader may have noticed, the cutoff frequency is approximately the intended 3.7 GHz and a narrower leaky zone than the one for the magnetic wall can be perceived due to the larger values of  $\beta$  for the frequencies above this cutoff. In the case of the magnetic wall the value of the normalized beta at 4.5 GHz was around 0.6, whereas in the event of having the AMC it raises until 0.9 at an even lower frequency. In the left part of the graph funny values for the parameters but those are just numerical solutions as result of the calculation method and it is

not relevant since it is far below the cut-off. The cut-off frequency found in this case is 3.807 GHz giving a radiation pattern very similar to the previous ones with the electric and magnetic walls.

It has also been studied the behaviour of alpha and the phase shift in the zone immediately after the cross-over. The corresponding results are depicted in Figure 10.

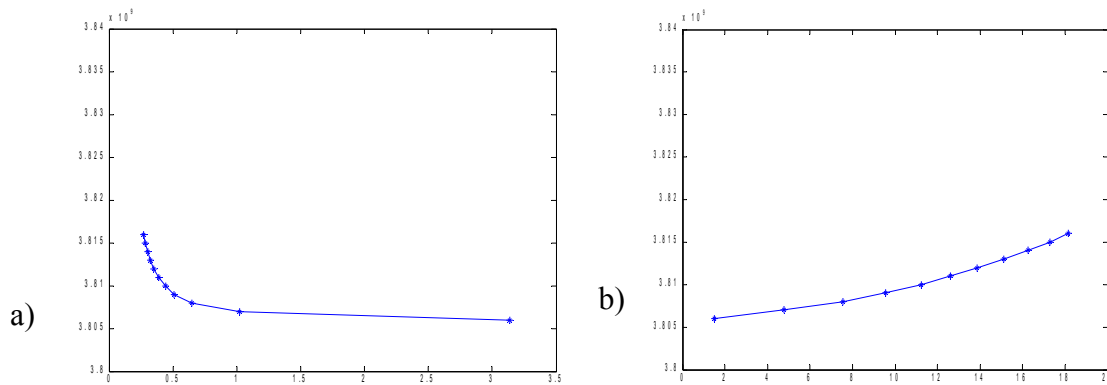


Fig. 10. (a) Alpha vs. frequency right after the cutoff. (b) Phase shift in degrees vs. frequency

The values of the phase shift are in the same range with those published in the paper in reference [6] where a different method were used to analyse this kind of structures which verified the utility of the technique here implemented. However, the values obtained for  $\alpha$  differ from those shown in that paper. This fact is due to the consideration of the evanescent modes in the Transverse Resonance Technique which are not taking into account in the method used in [6]. The consideration of these modes leads to the result of a total value for  $\alpha$  in the whole cavity whereas, with other techniques, such as the one used in [6], the value obtained for  $\alpha$  corresponds only to the specific mode under study, typically the fundamental mode.

To achieve better results in the applications of any kind of antenna it is important to know how thin can an antenna be made in order to improve the integration with the surrounding elements in a real environment. Usually, designers try to get the antenna as thin as possible. In this line of research, several cavities have been studied with the

Structure	Cavity height (mm)	$L_{mcp}$
$\lambda/3$	26.6	18.25
$\lambda/3.9$	20.9	19.03
$\lambda/4.9$	16.5	19.5
$\lambda/6.1$	13.2	19.8
$\lambda/7$	11.6	19.95
$\lambda/12.7$	6.4	20.5
$\lambda/19.8$	4.1	20.8

Table 3 Data for the different cavity heights

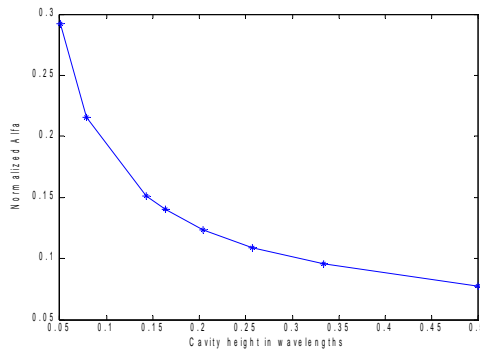


Figure 11 Cavity height (in wavelengths) vs  $\alpha/k_0$

Matlab code developed in this project making the height thinner every step to get the response of the resultant antenna. Besides, each cavity uses a different size of square of the AMC to adapt it to the new structure. The corresponding parameters can be seen in Table 3. These data have been taken from reference [6] so that the results obtained here can be compared to those in the paper. The antenna with the 14 mm PRS has been used in this occasion since is the one studied in [6].

After processing with our technique all the cutoff frequencies found are within a small range around 3.7 GHz. But what we are really interested in are the values of  $\alpha$ . The graph in Figure 11 summarizes the obtained results.

From the graph some conclusions can be extrapolated. This method finds that the thinner the cavity is the greater  $\alpha$  becomes, this means that the losses are increased as the cavity is reduced. This trend is true in general terms, however, whereas the accuracy of the Transverse Resonance Technique is pretty good in bigger structures it begins to get worse as the structure gets thinner. In this sense, the results obtained

and shown before can be taken as accurate when the cavity height varies between 0.5 (and bigger) and 0.25, below which the method becomes more inexact and can be taken only as a guide of the general behaviour. In fact, using full-wave methods, which are more accurate while much slower, as used in [6] a minimum in normalized alpha has been found for the 0.2 wavelengths cavity.

This lack of exactitude for the smaller cavities is due to the fact that this method assumes that the surfaces are homogeneous simplifying them in one impedance when actually they are periodic structures. In every periodic surface high order harmonics appear, the so-called evanescent modes only exist very near to the surface. If the cavity is large enough these modes do not interact with others and have no relevance in this analysis. What happens when the cavities are so small is that the two surfaces are so close that these modes do affect the analysis but this method does not take them into account and produce discrepancies with the actual results from a full-wave analysis. Due to this waves great currents are induced in the two surfaces of the cavity altering the value of the leaky constant ( $\alpha$ ).

#### 4.2 Inside the AMC

To keep on exploring the possibilities of the method under study in this project, now the Artificial Magnetic Conductor has been divided into its basic components. This means that we now have got a ground plane which is an electric wall and a dielectric material which separates it from a metallic surface on top whose characteristics, specifically its reflection coefficient, change dramatically with frequency variation.

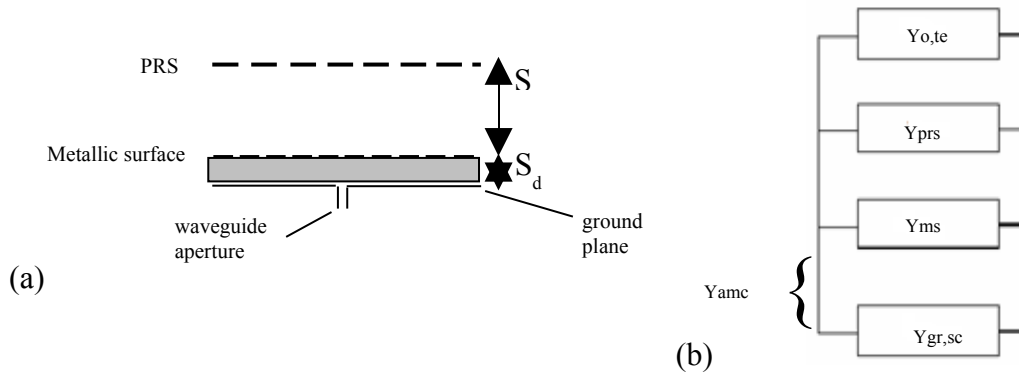


Figure 12 (a) Schematic of the structure with the split AMC. (b) New equivalent circuit with the decomposed AMC.  $Y_{amc}$  indicates what before was the AMC considered as one only admittance.

In Figure 12a is depicted the modified antenna used in this section. The main cavity and the used PRS remain the same. The changes are in the bottom of the antenna where it has the metallic surface whose reflection coefficient is calculated from the Fortran code and a dielectric material of relative permittivity  $\epsilon_r = 2.56$  and height  $S_d = 3.152$  mm. As can be seen in the Figure 12b, what was called Artificial Magnetic Conductor (AMC) before has now been replaced by two admittances which are expected to play the same part in the antenna performance.

The Matlab programme used so long was implemented only for the analysis of one layer above the ground plane, i.e., so long it was a ground plane (different in each case) and a Partially Reflecting Surface on top of the cavity. By contrast, in the case in discussion it is found that the schematic now have a ground plane and two layer above it, moreover, each one of these layers are over a different cavity, one with and the other without dielectric. The new variation is included in the programme and now we have a code to analyse an equivalent circuit formed by two admittances over the ground plane

what can be easily generalized to an arbitrary number of them. The new code can be seen in the Appendix. This simplicity in generalization is very useful in case of having antennas with several layers.

The study of the leaky modes for the antenna with the 9 mm PRS gives a dispersion diagram as follows and a radiation pattern as follows:

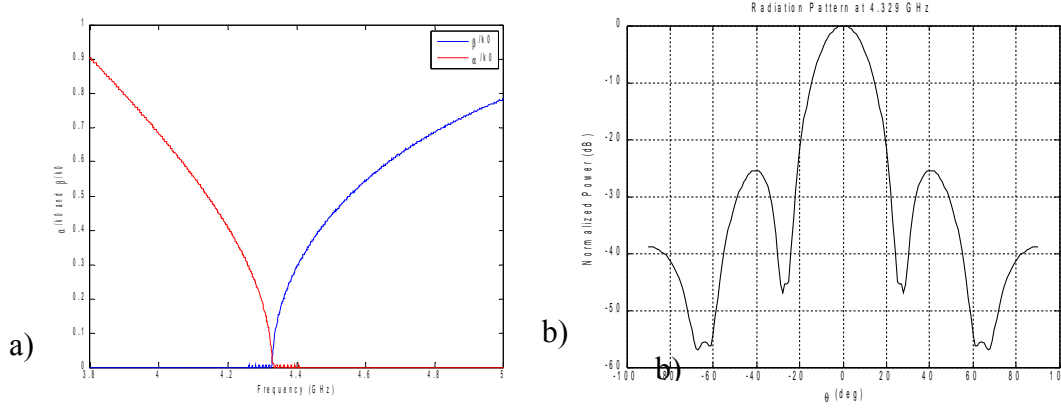


Figure 13 (a) Normalized alpha (red line) and beta (blue line). (b) Radiation pattern at the cutoff.

After analysing the three same antennas as usual (antennas with the PRS formed of squares by 9 mm, 14 mm and 16 mm) for both cases the frequencies obtained are displayed in Table 4.

Antenna	AMC, cut-off frequency (GHz)	Two admittances, cut-off frequency (GHz)
9 mm PRS	3.807	4.3285
14 mm PRS	3.786	4.29
16 mm PRS	3.737	4.2215

Table 4 Results for AMC and two admittances replacing the AMC

The discrepancies are due to the fact that the dielectric placed between the two admittances to replace the AMC is very thin, this causes the interaction of high order harmonics (evanescent modes) near the two metallic surfaces used. As explained before, this is a limitation for the Transverse

Resonance Technique and, in this case, is translated into a little difference between the values of the cutoff frequencies for the antenna with the AMC as a single element and the one with the split component.

#### 4.2 Behaviour at different frequencies

A very significant topic is discussed under this paragraph. How the beam is affected if the radiation frequency is below or above the cutoff. This subject is important because not always a practical antenna is perfectly matched so it is crucial to know how its performance is altered for frequencies different from the exact cutoff frequency. Thus, this study foresees the shape of the beam in a range of frequencies around this point.

For the PRS of 9 mm square apertures the basic radiation pattern is as seen in Figure 13b, being the cutoff frequency 4.3285 GHz. In order to know the behaviour of

the antenna below this frequency, a radiation pattern below the cutoff frequency have been depicted in Figure 14.

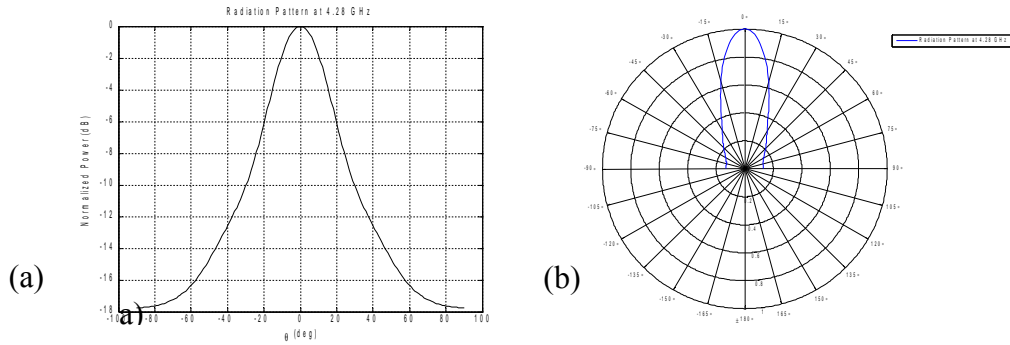


Figure 14 Radiation pattern behind the cutoff for the decomposed AMC antenna with the PRS of 9mm apertures

For the antenna with the PRS of the 14 mm and 16 mm apertures the patterns below the cutoff are very similar to the previous. That means that for frequencies below but close the cut-off the antenna still has a main beam no matter which PRS is being used although it is not very directive. The main problem if the antenna radiates with a lower frequency is that the directivity goes down compared to the directivity at the cutoff.

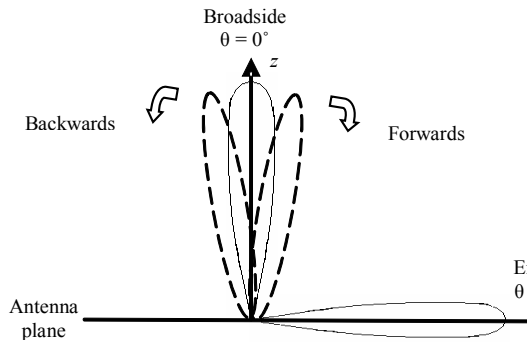


Figure 15 Schematic with the criterion of directions

the direction of the radiation is broadside. In fact, this criterion used in this project to find what we have named cutoff frequency is called splitting condition. After the splitting condition is reached by the antenna, the main lobe is divided into two as said. One of this lobes starts to move forwards to the endfire direction while the second is moving backwards at the same time. This happens because the phase constant  $\beta$  changes with the frequency so does the radiation angle, however in this case the endfire direction is never approached since the main cavity is filled with air and no dielectric [4].

The splitting condition is defined for an infinite antenna so that its effect is going to be more quicker and more important as the dimensions of the antennas grow. Actually it is not the dimensions the critical aspect to the behaviour of this effect but the number of radiating elements on the surface, this is the number of apertures the used PRS has on it. The configuration used to check this phenomenon is the antenna with the split AMC and has been studied for the three different PRS (9, 14 and 16 mm).



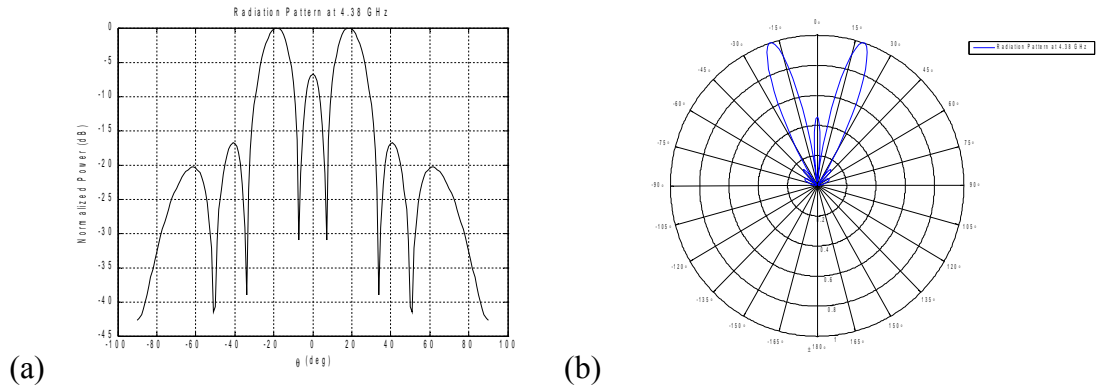


Figure 16 Radiation pattern above the cutoff for the decomposed AMC antenna with the PRS of 9mm apertures

Two secondary lobes whose intensity is almost as great as the principal lobe can be distinguished in the previous figure and the splitting of the main lobe can be perfectly observed. The frequency which can be considered as the one where there are mainly two beams in directions different from the broadside radiation is approximately 4.365 GHz. For the antennas with the 14 and 16 mm apertures in their PRS similar diagrams have been found.

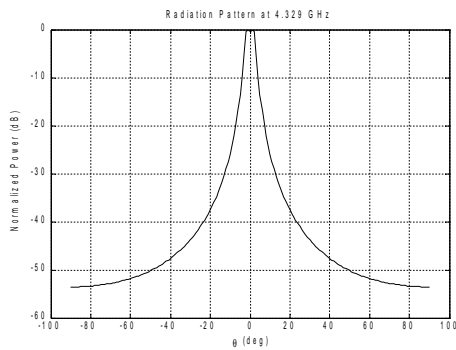


Figure 17 Radiation pattern for antenna with 10000 radiating elements

To check whether the method used to calculate the radiation diagrams can predict the dependence of the splitting with the number of radiating elements in the surface, this variable has been increased dramatically to simulate an infinite antenna. The number of elements in the practical antennas studied until now was about 15, now 10000 elements have been used to simulate the infinite structure. For the antenna with the 9 mm PRS the radiation pattern at the cutoff obtained is pictured in Figure 17.

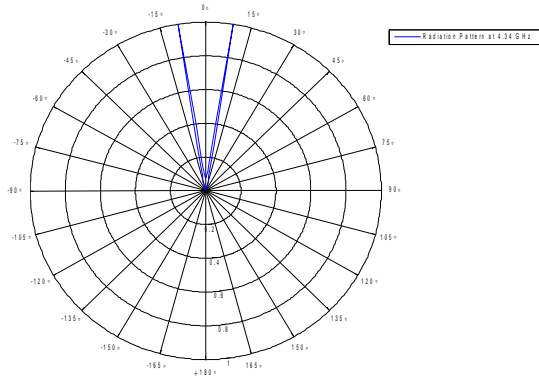


Figure 18 Radiation pattern for infinite antenna at 4.34 GHz

In the case of an infinite antenna the beam splitting can be seen since the very moment the cutoff is reached. In this example with 10000 elements, practically from this point the beam splitting can be noticed.

As can be seen in Figure 18, the beam splitting is produced almost from the cutoff itself as expected, whereas for the same structure with a small number of radiating elements the splitting can be considered to happen at 4.365 GHz as explained in relation to Figure 16.



Of course, similar results are obtained for the antennas with the 14 and 16 mm PRSs but a trend has been observed consisting in that the fewer reflective the PRS is (bigger apertures) the slower the separation between lobes is.

### 5. Double Layer PRS

In this section a new step is given in the analysis of the kind of leaky-wave antennas which this project deals with. Typically, this antennas are very narrow band in the leaky zone, where they radiate. In order to enlarge the frequency band where the structure behaves as a leaky-wave antenna two frequency selective surfaces have been used in this last antenna. Analysing these structures usually implies a big computational cost and time so that these type of antennas have been tried to analyse with the Transverse Resonance Technique to get to reduce the time of processing before getting an approximation to the actual performance of the real antenna.

The new structure under study is formed by two basic cavities filled with air. The first cavity is delimited by a metallic ground plane and the first PRS whilst the second cavity is between the two partially reflective surfaces used. Both cavities have a height of approximately half-a-wavelength. However, these PRS are different from those used until now. The selective surfaces in this case are formed by rectangular patches instead of square apertures, besides they are very thin so that their particular behaviour can be associated to a dipole. The new structure is shown below:

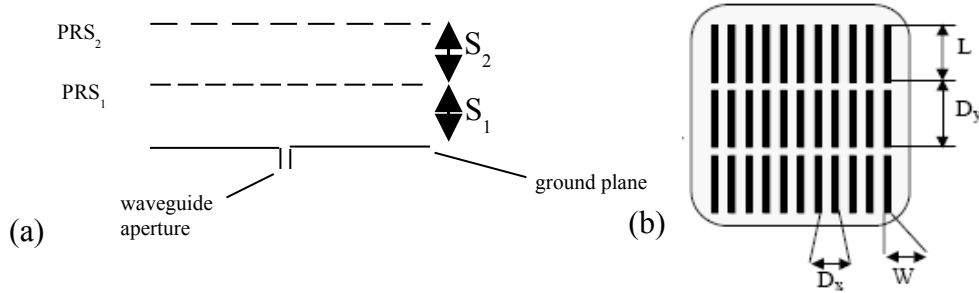


Figure 19 (a) Schematic of the new antenna with two PRSs. (b) View of the new PRS used in this structure [10]

The dimensions of this antenna all expressed in mm are the following:

$$S_1 = 11, L_1 = 14, W_1 = 0.5, D_{x1} = 1, D_{y2} = 14.5$$

$$S_2 = 12.6, L_2 = 9, W_2 = 0.5, D_{x2} = 1, D_{y2} = 14.5$$

The dispersion diagram for alpha and beta obtained for this structure is pictured in Figure 20a. In this figure,  $\beta$  shows a little strange behaviour in the zone near the cutoff which is produced at 14.225 GHz. To reduce the cutoff frequency and the make the cutoff coincidence with the peak of the beta value, the cavity height has been increased until  $S_1 = 11.6$  mm.

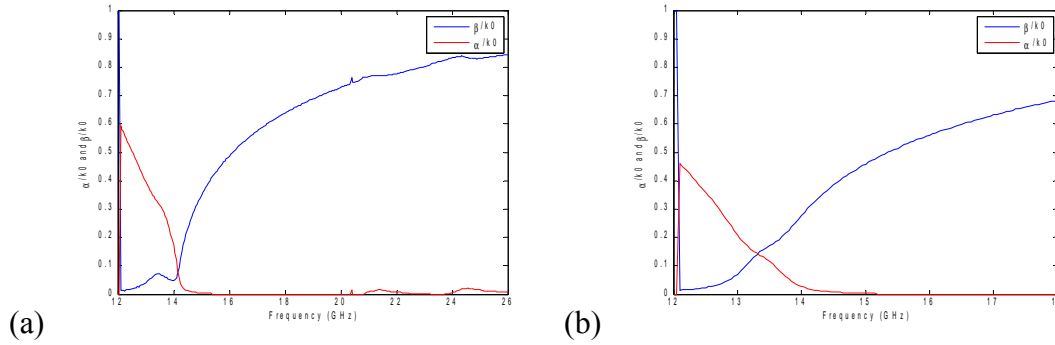


Figure 20 Dispersion Diagram with cavity height (a) 11mm, (b) 11.6mm

Now, in Figure 20b the cutoff frequency is placed at 13.425 GHz and according to this graph, the peak in beta observed before has been reduced to a flat zone in the value of this parameter.

In [10] this structure (with  $S_l = 11\text{mm}$ ) have been studied by simulating and comparing to real measurements with a square antenna of 7 by 7 cm getting the following radiation patterns in the H-plane as well as in the E-plane:

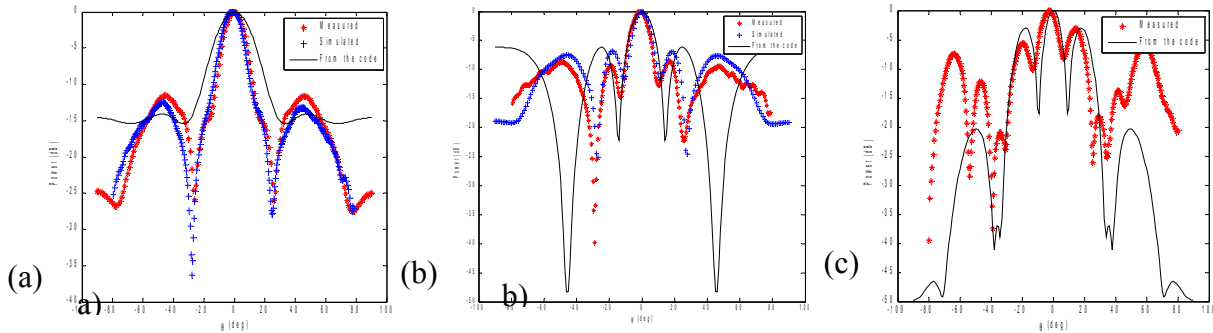


Figure 21 Radiation patterns obtained by measurements (in red '\*'), simulations (in blue '+') and from the code (in black line) (a) H-plane at 14 GHz (b) H-plane at 14.5 GHz (c) E-plane at 14.5 GHz

According to the previous figure, the global trend of the radiation patterns can be obtained from the Matlab code using the Transverse Resonance Technique, however this code does not take into account the effect of the edges. Diffracted fields affect the power distribution strengthening the side lobes, so that the secondary lobes and the pattern in general is different from the basic shape for infinite antennas [4], especially for small antennas where the edges effect is greater within the cavity and overall in the H-plane [2].

## 6. The TM mode

In this section, another generalization is tried to check if the method is valid for the case of a TM mode is the one which propagates in the antenna. Two of the previous antennas, that have been thought are representative of the whole study, have been tested for a TM mode. The structures tested for this mode are the antenna with magnetic wall and the antenna with the AMC, both with the PRS of 9 mm square apertures. The actual

adaptation of the code is very simple, by simply changing the appropriate equations since the procedure remains the same. For the TM mode propagation along the  $x$  axis and not along  $y$  is considered so the equation (6) to calculate the wave number is now:

$$k_c = \sqrt{\epsilon_r k_0^2 - k_x^2} \quad (11)$$

To find the impedance of the free space equation (2) has been used, implying, of course, the use of this impedance in (10) but the whole procedure remains unaltered. To test the code the structures with the magnetic wall and the AMC have been analysed. Given the results obtained by this technique the first thing to notice is that the method and implemented Matlab code both work with absolutely no problem for a TM mode. Comparing these results to the results got for TE modes can be seen that there is not substantial difference between them. There is only a slight difference in the cutoff frequencies what in this case they are 3.515 GHz instead of 3.525 GHz for the antenna with the magnetic wall and 3.8065 instead of 3.807 GHz for the one with the AMC, plus small differences in the radiation pattern.

## **7. Conclusions**

Throughout this project, Leaky Wave antennas and Partially Reflecting Surfaces have been analysed by using a simple method implemented in Matlab. The utility of the Transverse Resonance Technique has been proved all along this project. This method is as quick as easy to implement which allows one to get a reasonably accurate approximation of the performance of an antenna. The variation of parameters  $\alpha$  and  $\beta$  with the frequency have been calculated in order to understand what is happening inside the structure and has been used to get other characteristics of the antenna such as the Dispersion Diagrams of  $\alpha$  and  $\beta$  which have shown the fundamental mode propagating within the cavity, the cutoff frequency and the radiation patterns.

In order to know not only the possibilities but the limitations too of this analysis technique several variations have been included gradually. This procedure has also help to understand the internal operation of these antennas whose performance is usually obtained as a result of a simulation, not in an analytical process.

The limitation found to this method is a certain lack of accuracy when the structure under study has a very thin cavity, in the order of  $\lambda/5$ , since these separations between conductors make the evanescent modes significant and this method does not take them into account. However, it can always give a general idea of the operation of the antenna and predict if a concrete PRS is suitable for a specific design.

Concluding, the Transverse Resonance Technique has been found very useful for the study of the antennas concerning this project. Its main advantage is the velocity of analysis while other ways of methods as the simulations and full-wave analysis are inconveniently slow and require a lot of computational cost. This method can be used as a first step to a design problem giving an approximation to the antenna behaviour and helping to narrow down the subsequent full-wave analysis in order to make that process quicker.

## References

- [1] James, J. R., Kinany, S. J.A., Peel, P. D. and Andrasic, G.: "Leaky-wave multiple dichroic beamformers", *Electron. Lett.*, 1989, 25, pp. 1209-1211.
- [2] A.P. Feresidis and J.C. Vardaxoglou: "High gain planar antenna using optimised partially reflective surfaces", *IEEE* vol 148, no. 6 December 2001.
- [3] Trentini, G. V.: "Partially reflecting sheet arrays", *IRE Trans. Antennas Propag.* 1956, AP-4, pp. 66-671.
- [4] A.A. Oliner: "Antenna Engineering Handbook", 3<sup>rd</sup> ed. McGrawHill, 1993, Chapter 10.
- [5] G. Goussetis, A. P. Feresidis, and J.C. Vardaxoglou: "Tailoring the AMC and EBG Characteristics of Periodic Metallic Arrays Printed on Grounded Dielectric Substrate", *IEEE Trans. Antennas and Propagation*, vol 54, no. 1, January 2006.
- [6] J. R. Kelly, T. Kokkinos, and A. P. Feresidis, "Analysis and Design of Sub-wavelength Resonant Cavity Type 2-D Leaky-Wave Antennas," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, accepted for publication.
- [7] D. M. Pozar: "Microwave Engineering", Wiley, 2005 (3<sup>rd</sup> Edition).
- [8] S. Maci, Marco Caiazzo, A. Cucini and M. Casaletti: "A Pole-Zero matching method for EBG Surfaces composed of a dipole FSS printed on a grounded dielectric slab.", *IEEE*, vol 53, no. 1, January 2005.
- [9] C. Caloz and T. Itoh: "Array Factor Approach of Leaky/Wave Antennas and Application to 1/D/2-D Composite Right/Left-Handed (CRLH) Structures." *IEEE Microwave and wireless components letters*, Vol.14, No. 6, June 2004.
- [10] A.P. Feresidis and J. C. Vardaxoglou, "Double layer partially reflective surfaces for high gain planar antennas", *Proc. IEEE International Conference on Electromagnetics in Advanced Applications (ICEAA)*, Torino, Italy, September 2001, pp. 243-246.

## Appendix: Matlab code

The most completed Matlab code used in this project is the one for the antenna with the split AMC since it implements two different cavities with and without dielectric material and two different surfaces above the ground. The main part of the code is shown below:

```
1 for q=1:length(f)
    if (bandera==0)tic;end

    clear func;
    beta=0:0.5:90;
    alfa=0:0.5:80;
    [B,A]=meshgrid(beta,alfa);
    Kyte=B-j*A;

10 Kzo=sqrt((K0(q))^2-Kyte.^2);
    Kzd=sqrt(Er*(K0(q))^2 - Kyte.^2);

    %Ground plane admittance transported to the second surface
    Yewte=Kzd./(w(q)*mu0);
    Yind=-j*Yewte.*cot(Kzd*Sd); % through the dielectric
    Zind=1./Yind;
    Rind=(Zind-Zo)./(Zind+Zo);

    % Second Surface Reflexion Coefficient and admittance
20 Rss(q)=Input(q,2)*cos(Input(q,3)*pi/180)+j*Input(q,2)*sin(Input(q,3)*pi/180);
    Yss=-2*Rss(q).*Yewte./(1+Rss(q));

    % Total admittance in the second surface
    Yamc = Yind+Yss;
    Zamc = 1./Yamc;
    Ramc = (Zamc-Zo)./(Zamc+Zo);

    % Translation to the PRS
    Zin=Zo*((1./Yamc)+j*Zo*tan(Kzo*S))./(Zo+j*(1./Yamc).*tan(Kzo*S));
30 Yin=1./Zin;
    term2=Yin;

    term1=Kzo./(K0(q)*eta0); % free space admittance for TE

    % PRS Reflexion Coefficient and admittance
    Rxs=0.998*cos(176.340*pi/180)+j*sin(176.340*pi/180);
    term3=-2*Rxs.*term1./(1+Rxs);

    func=term1+term2+term3;

40 if q>2 && (abs(KyteRealMinimum(q-1)-KyteRealMinimum(q-2))>50) && permiso~=0
    permiso=permiso-1
end

if ~permiso
    if q>1 centro=[fila(q-1) columna(q-1)];
    else centro=[0 0];
    end
    radio=10;
```

```

50     posicion1=[centro(1)-radio:centro(1)+radio];
        posicion2=[centro(2)-radio:centro(2)+radio];
        a=posicion1(:)>0;
        b=posicion1(:)<=length(func(:,1));
        posicion1=posicion1(a == b);
        a=posicion2(:)>0;
        b=posicion2(:)<=length(func(1,:));
        posicion2=posicion2(a == b);
        func_recort=func(posicion1,posicion2);
        minimum=min(min(func_recort));
60
    else
        minimum=min(min(func));
    end

    [fila(q), columna(q)]=find(abs(func)==abs(minimum));

    KyteRealMinimum(q)=beta(columna(q));
    KyteImagMinimum(q)=alfa(fila(q));

70    KyteRealMinimumNorm(q)=KyteRealMinimum(q)/K0(q);
    KyteImagMinimumNorm(q)=KyteImagMinimum(q)/K0(q);

    %Finding the basic radiated frequency (beta=alfa)
    %frequency for the condition
    KyteRealMinimum(q)==KyteImagMinimum(q)
    %or one of them become greater then the other
    if q~=1 && (KyteRealMinimum(q-1)<KyteImagMinimum(q-1) & KyteR-
        ealMinimum(q)>KyteImagMinimum(q))
        | ...
        (KyteRealMinimum(q-1)>KyteImagMinimum(q-1) & KyteRealMin-
        imum(q)<KyteImagMinimum(q))

        format long;
        fmean=(f(q)+f(q-1))/2;
80     freq_basic = [freq_basic fmean];

    % Choosing the sample in which the values of Kyte are closer
    if (abs(KyteRealMinimum(q-1)-KyteImagMinimum(q-1)) >
        abs(KyteRealMinimum(q)-KyteImag-
        Minimum(q)))

        faux=[faux f(q)];
    else faux=[faux f(q-1)];
    end

    elseif KyteRealMinimum(q)==KyteImagMinimum(q)
        freq_basic = [freq_basic f(q)];
90     faux=[faux f(q)];

    end
end

%% -----RADIATION PATTERN-----

%We look for the frequency to study the radiation pattern
fRP=find(f==faux(1));
f(fRP)

```

```
100
theta=[-90:90];
thetarad=theta*pi/180;

% leaky-wave antenna as phased array
N=floor(longx/(Dx))+1;
n=[0:floor((N-1)/2)];
[Ang,Element]=meshgrid(thetarad,n);

q=0; %For 1D Leaky wave antenna.
110 theta0N=asin(-KyteRealMinimum(fRP)/K0(fRP));
theta0P=asin(KyteRealMinimum(fRP)/K0(fRP));
epsnN=-(Element).*K0(fRP)*Dx.*sin(theta0N);
epsnP=-(Element).*K0(fRP)*Dx.*sin(theta0P);
I0=1;
InN=I0*exp(-KyteImagMinimum(fRP)*(Element)*Dx);
InP=I0*exp(-KyteImagMinimum(fRP)*(Element)*Dx);

MatrixRN=InN.*exp(j*(Element)*K0(fRP)*Dx.*sin(Ang)+j.*epsnN);
MatrixRP=InP.*exp(j*(Element)*K0(fRP)*Dx.*sin(Ang)+j.*epsnP);
120
    RN=sum(MatrixRN); %We obtain a row with the sum of each column
                        %(for each theta)
RP=sum(MatrixRP);

producto=abs(RP).*abs(RN);

maxproducto=max(producto);
RPTotal=producto/maxproducto;
130 RPTotaldB=20*log10(producto/maxproducto);
```

The core of the programme is implemented between lines 1 and 93 where for each frequency of the analysis the method finds the corresponding values for  $\beta$  and  $\alpha$  called “KyteRealMinimum” and “KyteImagMinimum”.

Starting from line 14 the programme calculates the admittance of the ground plane and translates it to the periodic metallic surface through the dielectric material. Then it adds this admittance to the admittance of this periodic surface, called “Second surface” calculated with the input data from the Fortran code. The total admittance found would be the admittance corresponding to the whole AMC which, in this case is divided and it is this admittance what has to be translated through the air-filled cavity to the point of the PRS. The result of this operation is called “term2”.

What in the code is called “func” (sum of the three terms) is the admittance in which a minimum search method is applied until line 63 to give a solution to  $\beta$  and  $\alpha$  for each frequency.

The second part of the programme is about the calculation of the radiation pattern from the values of  $\beta$  and  $\alpha$  for a given frequency considering the antenna as an array of radiating elements.